Daniele De Stefano

Discalculia Evolutiva

esci

Diagnosi

Numeri e calcolo

Analisi degli errori

Strategie di calcolo

Ruolo della WM

M. C. Passolunghi

Test AC-MT

Memocalcolo

Test SPM

Risolvere problemi in 6 mosse

Risolvere problemi aritmetici

Pronti per la matematica della scuola Secondaria

Prepararsi ai problemi aritmetici della scuola Secondaria

ASSOCIAZIONE ITALIANA DISLESSIA

AIRIPA ONLUS

LA DIAGNOSI DI DISCALCULIA

Documento di Accordo

Ottobre 2012

Cesare Cornoldi
Daniela Lucangeli
Mario Marchiori
Maria Chiara Passolunghi
Enrico Savelli
Giacomo Stella
Patrizio Tressoldi
Claudio Vio

diagnosi

“[…] ci arrivano molte segnalazioni sull’imbarazzo relativo alla diagnosi di discalculia…

…da un lato operatori differenti usano criteri diversi…

…dall’altro vi sono situazioni di eccessivo uso della diagnosi”.

diagnosi

Esiste però **un accordo di fondo** sul fatto che gli elementi base per una diagnosi sono rappresentati da:

a) una prestazione molto bassa a prove standardizzate con buone proprietà psicometriche;

b) severe conseguenze adattive nella vita di tutti i giorni;

c) persistenza del problema nella storia scolastica del caso (non è una difficoltà di apprendimento temporanea) e **resistenza ai trattamenti**;

d) esclusione di fattori estrinseci, vale a dire: disturbi neurologici (epilessia), sensoriali (udito-vista), motori, disabilità intellettiva, FIL, svantaggio socio-culturale, insegnamento inadeguato

Segnalazione di:

- 5 bambini per classe con difficoltà di calcolo
- 5 - 7 bambini per classe con difficoltà di soluzione dei problemi

… considerando che in ogni classe ci sono mediamente 25 alunni

+ 20% della popolazione scolastica

IARLD (*International Academy for Research in Learning Disabilities*)

- 2,5 % della popolazione scolastica presenta difficoltà in matematica in comorbidità con altri disturbi
- *Discalculia* evolutiva 0,5 – 1%

19 % della popolazione scolastica = falsi positivi

F81.2 Discalculia…
prevalenza dello 0,5-1%, come discalculia pura…

dott.ssa Passolunghi dell'Università di Trieste…

«[…] in sette anni di diagnosi e interventi avrò incontrato un solo soggetto, forse due… si dài, forse due… con discalculia pura»

La valutazione delle singole abilità deve prevedere **l'utilizzo di prove standardizzate** e con adeguate proprietà psicometriche **che esaminino la cognizione numerica** (subitizing, quantificazione, comparazione, seriazione), e il **calcolo mentale e scritto** negli indici di **accuratezza e rapidità**.

Si considera l'ipotesi di discalculia solo in presenza di punteggi critici, che si collocano sotto il cut-off del 5 percentile (o le 2 ds), in almeno il 50% in una batteria; la diagnosi NON può essere rilasciata prima della fine della classe 3^ della scuola Primaria

La diagnosi di certezza, nei casi meno chiari, può essere posta dopo un periodo di alcuni mesi di adeguata stimolazione delle componenti compromesse. Infatti il disturbo deve avere persistenza e resistenza ai trattamenti di recupero e/o potenziamento (**Tale criterio è particolarmente importante a nostro parere considerato il numero molto frequente di falsi positivi in tale dominio**); se questa indicazione non fosse praticabile, anche la rivalutazione dopo alcuni mesi utilizzando le stesse prove potrebbe aiutare il clinico nella decisione per l'assenza/presenza di un disturbo.

La diagnosi può essere supportata dalla presenza di almeno alcuni indici clinici fra quelli frequentemente associati alla discalculia:

Per esempio **segni neuropsicologici**…
nei **meccanismi sintattici visivo spaziali (13; 31);**

nella **memoria fonologica** da **pregresso disturbo del linguaggio** con conseguenze nella memoria di lavoro verbale e potenziali ricadute nella scrittura del numero e nel recupero di fatti numerici;

Altro elemento da valutare è **la Familiarità per il disturbo**.

sottotipi di discalculia

Non esistono in letteratura dei sottotipi di discalculia (Consensus Conference), **ma** può essere utile una classificazione per l'individuazione di **un profilo funzionale** al fine di meglio calibrare l'intervento.

Una diagnosi di II livello può **individuare due differenti profili:**

1) **compromesse le abilità di cognizione numerica basale** (subitizing, quantificazione, comparazione, seriazione e strategie di calcolo a mente)

2) **deficit nelle procedure esecutive e del calcolo scritto**

Altra possibile classificazione

Profili di discalculia evolutiva

- Dislessia per le cifre
  - Compromissione dei meccanismi lessicali

    Produzione di errori lessicali in compiti di lettura di numeri arabici e scrittura sotto dettatura
- Discalculia procedurale
  - Difficoltà nell'acquisizione delle procedure di calcolo senza errori di processazione numerica

    Errori di riporto, prestito, incolonnamento
- Discalculia per i fatti aritmetici
  - Difficoltà nell'acquisizione dei fatti aritmetici

    Errori nelle tabelline e nei calcoli semplici

C. Temple (1992)

sottotipi di discalculia

Altre possibili classificazioni (sottotipi)

Sottotipo deficit a carico del senso del numero o della rappresentazione della quantità

Sottotipo deficit a carico della formazione e del recupero di fatti numerici e aritmetici

Sottotipo deficit a carico delle procedure di calcolo

Disturbo misto quando si evidenziano caratteristiche compatibili con sottotipi diversi.

Un approccio diagnostico deve tener **presente i possibili profili di comorbilità associata, in particolare Dislessia, ADHD o FIL.**

Un approccio diagnostico deve anche identificare sottotipi distinti in base alle funzioni cognitive sottostanti:
-verbali
-visuo-spaziali
-funzioni esecutive
-memoria.

Appare **particolarmente importante evidenziare la presenza di deficit visuo-spaziali** (come per esempio emerge nei profili non-verbali di disturbo di apprendimento) o di **deficit nella memoria di lavoro** attiva e in altre funzioni esecutive.

trattamento

Si ricorda comunque che i casi con **deficit nella cognizione numerica** (e in particolare nel senso del numero) sono **i più resistenti al trattamento.** Una **risoluzione definitiva è molto improbabile.** Se dopo un trattamento ci sono dei miglioramenti significativi (e essi si mantengono nel tempo), con diverse aree rientrate nella norma, presumibilmente si trattava di una difficoltà e non un disturbo specifico del calcolo.

Intelligenza numerica
La capacità di manipolazione- di "intelligere"- le quantità: manipolare, capire, ragionare, attraverso il complesso sistema cognitivo dei numeri e delle quantità.

Per i casi con **problemi nelle procedure di calcolo**, si ritiene che si possano ottenere dei **miglioramenti dopo circa 30 ore di trattamento (ossia 2 volte a settimana per circa 4 mesi). Raccomandiamo di lavorare sull'insegnamento e il potenziamento di strategie di intelligenza numerica e sui fatti aritmetici**, invece che di esercizi sulle sole procedure esecutive, ottimizzando le funzioni di monitoraggio sul senso del risultato (es. **fare esercizio con il calcolo approssimativo** in modo da aiutare il bambino a rendersi conto del possibile risultato prima ancora di averlo calcolato).

trattamento

Anche per i **casi con profilo visuo-spaziale** si ritiene analogamente di poter ottenere dei **miglioramenti in circa 30 ore di trattamento,** a meno che non si tratti di un bambino con un disturbo visuo-spaziale profondo. Il percorso potrebbe prevedere due tappe: la stimolazione nelle componenti di cognizione visuo-spaziale compromesse e successivamente sulle abilità numeriche deboli.

Legge 170

Legge 170/2010

Art 1.5. Ai fini della presente legge, **si intende per discalculia** un disturbo specifico che si manifesta con **una difficoltà negli automatismi del calcolo e dell'elaborazione dei numeri.**

F81.2 nel manuale diagnostico ICD-10

La Legge 170/2010 non prevede un disturbo associato alla risoluzione di problemi matematici

Abilità numeriche e abilità di calcolo

- *Sistema dei numeri*

compiti sottesi alla capacità di capire le quantità e le loro trasformazioni:

- *Comprensione del numero*
- *Lessico numerico*
- *Sintassi del numero*

- *Sistema del calcolo*

compiti sottesi alla capacità di operare sui numeri attraverso operazioni aritmetiche:

- *Automatismi di calcolo*
- *Strategie di calcolo*
- *Procedure di calcolo*

Subitizing- seriazione- confronto

sistema dei numeri

Comprensione semantica («significato profondo» della numerosità)→

1) subitizing

2) stima di numerosità

3) comparazione di grandezze

4) seriazione

Produzione in scrittura = regole sintattiche del numero

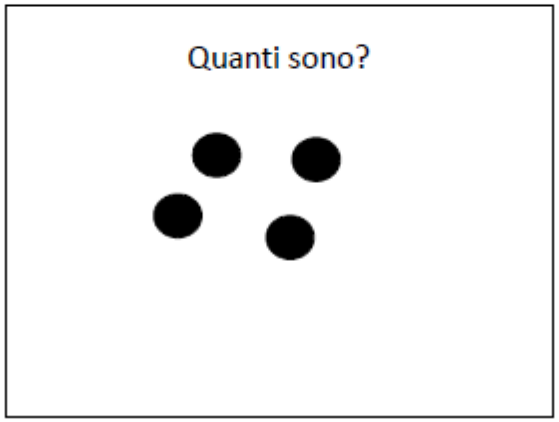
Produzione in lettura = lessico del numero (etichetta del numero)

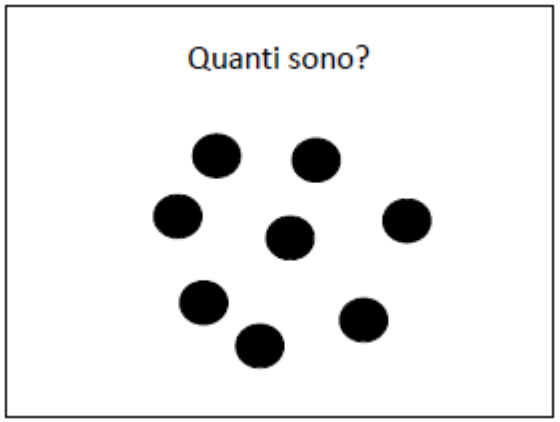
Subitizing

L'automatismo del **subitizing consiste in una funzione visiva** che consente un **rapido e preciso giudizio numerico eseguito su insiemi di piccole numerosità** di elementi.

Questo processo "funziona" con un massimo di circa 4 elementi.

Quanto maggiore è il numero di elementi tanto meno preciso è il processo di identificazione numerica. In questo caso si parla di STIMA DI GRANDEZZA.





Subitizing

Secondo diversi studi, **sia gli animali che i neonati sono capaci di riconoscere le quantità numeriche e sono in grado di distinguere gruppi di oggetti in base alla numerosità. Un neonato ha uno span numerico innato di 3 e possiede il concetto di maggioranza, uguaglianza, minoranza**

La gallina della Lucangeli sa contare fino a tre!

Il possesso del concetto di numerosità implica molto di più: **il bambino di pochi mesi di vita** non solo discrimina 2 insiemi in base al numero di elementi contenuti, **ma possiede anche aspettative aritmetiche basate sul concetto di numerosità→ esempio dei pupazzi nascosti dietro uno schermo.**

Un neonato è in grado di distinguere insiemi nel rapporto di 1:3 (per esempio un insieme di 6 e uno di 18);
Un **bambino di 6 mesi** è in grado di **distinguere insiemi nel rapporto di 1:2** (per esempio un insieme di 6 e uno di 12).

Due pupazzi dietro lo schermo

La **ricercatrice Wynn 1992**, nella sua tesi di dottorato, ha illustrato il comportamento di **bambini di 5 mesi** davanti a un **teatrino di marionette**. Al bambino veniva presentato per qualche secondo un pupazzo, nascondendolo successivamente con uno schermo; a questo punto, in presenza del bambino, lo sperimentatore poneva un secondo pupazzo dietro lo schermo.

Una volta tolto lo schermo, le condizioni sperimentali prevedevano la presentazione di 2 pupazzi (soluzione corretta) o di un solo pupazzo (soluzione errata).

Nei casi di soluzione errata i bambini presentavano **tempi di fissazione più lunghi**, dimostrando di aspettarsi la soluzione corretta con 2 pupazzi.

Risultati analoghi si sono trovati anche nella condizione di sottrazione (2-1), sottraendo il numero di pupazzi da quello atteso.

Subitizing

Bella video-lezione della Lucangeli
http://www.youtube.com/watch?v=S_UxtUfCZbQ

Si può digitare su Google «intelligenza numerica Videolezione Daniela Lucangeli» (durata 35 minuti)

Un altro racconto-lezione: durante un viaggio in treno
NON possiamo non contare (fino almeno a 4)…

“Colori e numeri… Entrambi i processi sono automatici:
non possiamo evitare di vedere che le mucche in un campo sono bianche e marroni, né possiamo evitare di vedere che ce ne sono tre” […] (Butterworth, 1999)

Stima

La stima è un **processo numerico a base semantica** che consiste nel determinare in modo approssimativo e **senza contare valori incogniti (grandi numerosità).**

Ad un **livello più evoluto** si richiede al soggetto di **valutare qual è la risoluzione esatta** di un'operazione, tra più risultati possibili

Test AC-MT
Studio su bambini di 3^ e 5^ Primaria e 2^ Secondaria (Crites, 1992):

«Gli **studenti bravi nelle stime** avevano…
- maggior successo nelle **operazioni con numeri grandi**
- erano generalmente più bravi e facevano **calcoli più soddisfacenti**
- prestavano **più attenzione** nel **separare/scomporre i problemi in parti**

- *Sistema dei numeri*

compiti sottesi alla capacità di capire le quantità e le loro trasformazioni:

- *Comprensione del numero*
- *Lessico numerico*
- *Sintassi del numero*

Linea della «Evoluzione delle abilità numeriche»
Sembra uno sviluppo che segue il progredire dell'età

Dalla Comprensione «semantica» a quella «lessicale» e «sintattica»

Il bambino **passa dalle capacità innate** (subitizing, capacità di comparare grandezze) a quelle mediate attraverso la cultura…

Apprendimento del **lessico dei numeri**… che all'inizio sono solo etichette (enumerazione) ed avviano all'abilità del conteggio

La **sintassi dei numeri**, invece, riguarda la capacità di comprendere il **valore posizionale delle cifre, l'utilizzo dello zero, etc.**

Siamo a livello di apprendimento attraverso la scolarizzazione (dalla fine della scuola dell'Infanzia)

Principi del conteggio (da 2 a 6 anni)

- ***ASSOCIAZIONE UNO A UNO***
  - Associare parole-numero a oggetti
  - Separare gli oggetti contati da quelli da contare
- ***ORDINE STABILE***
  - Utilizzare in modo stabile una sequenza di numerali
- ***CARDINALITA'***
  - Sapere che il numero di oggetti di un insieme corrisponde all'ultimo numerale utilizzato per contare quell'insieme
- ***IRRILEVANZA DELL'ORDINE***
  - Si possono distribuire gli oggetti da contare in qualsiasi ordine, ma dopo si deve mantenere tale ordine

Tra scuola dell'Infanzia e scuola Primaria

Indicazioni per il curricolo della scuola dell'infanzia… Traguardi per lo sviluppo della competenza

–Raggruppa e ordina secondo criteri diversi

–Confronta e valuta quantità

Competenze numeriche del bambino all'ingresso della scuola primaria:

–Enumerazione fino a 10

–Conteggio fino a 5

–Cardinalità del numero

–Comparazione di piccole numerosità

Alla fine della classe prima, il mancato raggiungimento delle seguenti abilità è indicativo di difficoltà:

–Riconoscimento di piccole numerosità

–Lettura, scrittura e calcolo di numeri entro il 10

–Calcolo a mente entro la decina (anche con supporto di materiali)

Produzione del numero: lettura (lessico) e scrittura (sintassi)

Si individuano i seguenti **aspetti che vanno indagati tramite test diagnostici standardizzati (per esempio AC-MT):**

Lettura di numeri→ lessico
Dettato di numeri→ sintassi
Trasformazione in cifre di numeri scomposti in migliaia, centinaia, decine, etc. (es. due centinaia, tre decine, quattro unità, trasforma)**→ sintassi**
Trasformazione in cifre da parole-numero a numerali → sintassi e lessico (quest'ultimo coinvolto in parte)

Tutti questi meccanismi rientrano nella **codifica-transcodifica sintattico-lessicale del numero**

Produzione scritta del numero (codice sintattico)	Produzione verbale del numero (codice lessicale)
• I meccanismi sintattici regolano il valore posizionale elle cifre • Costituiscono la grammatica interna del numero che attiva il corretto ordine di grandezza di ogni cifra	• Nella codifica verbale di un numero ogni cifra assume un “nome” diverso a seconda della posizione che occupa. • Nei sistemi di comprensione e/o produzione dei numeri, i meccanismi lessicali hanno il compito di selezionare adeguatamente i nomi delle cifre per riconoscere quello del numero intero.

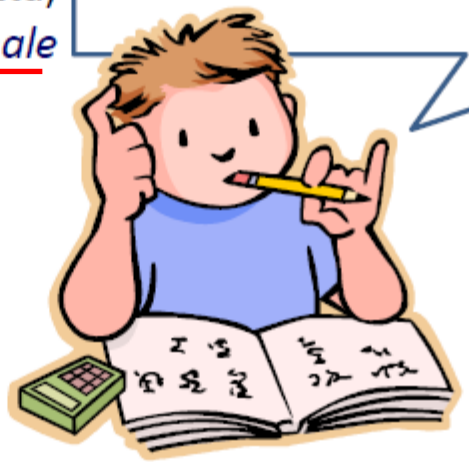
Produzione del numero

cinquecentoquattro!

Codice lessicale (produzione verbale)
Il numero ha valore nominale

Codice sintattico (produzione scritta)
Il numero ha valore posizionale

(5 x 100) + 4 = 504



Il sistema del Calcolo

- Automatismi

Tabelline, risultati memorizzati

(recupero)

- Calcolo

Operazioni a mente

(strategie)

Operazioni scritte

(procedure)

Automatismi, strategie, procedure

Calcolo	Recupero
il risultato dell'operazione richiesta è ottenuto attraverso l'utilizzo di strategie o procedure	il risultato dell'operazione richiesta è recuperato direttamente dalla memoria
Calcolo a mente *Calcolo scritto*	*Fatti aritmetici*

Automatismi di calcolo

La verifica degli automatismi di calcolo deve avvenire oralmente

La risposta deve essere rapida
(circa 5 secondi)

Se il tempo di risposta è maggiore, allora il risultato è stato ottenuto attraverso l'utilizzo di una procedura o di una strategia di calcolo.

Automatismi di calcolo

Ai fatti aritmetici si accede senza eseguire gli algoritmi di soluzione:

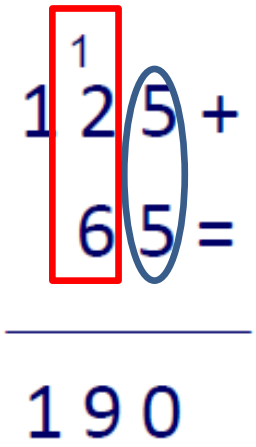
- Tabelline
- Calcoli semplici (addizioni e sottrazioni entro la decina)
- Risultati memorizzati

Esempi di errori a livello semantico, lessicale, sintattico

- 9 *è minore di* 5
- 319 (scritto)
  312 (letto)
- 1492 (dettato)
  10004100902 (scritto)
- 23, 17, 58, 91
  (sequenza numerica)
- 2006 (dettato)
  2060 (scritto)

- Semantico
- Lessicale
  TRANSCODIFICA
- Sintattico (lessicalizzazione)
  TRANSCODIFICA
- Semantico
- Sintattico
  TRANSCODIFICA

Procedure di calcolo



Routine procedurali

- elaborazione delle informazioni aritmetiche
- incolonnamento
- serialità SX ← DX
- riporto
- prestito
-

Possibili difficoltà del bambino nell'implementare tutte queste operazioni cognitive

- Recupero dei fatti aritmetici

5 + 5 = 10;

6 + 2 = 8;

8 + 1 = 9;

- Algoritmi di calcolo

Vedi «strategie»

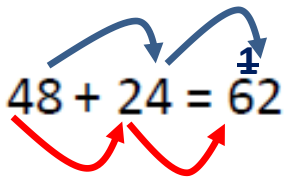
- modello *min (counting on)*
- modello *sum*
- conteggio totale

Abilità numeriche e abilità di calcolo

$$\{4+(3\cdot7-6\cdot3)^2+[9-(12:4+2)+3]\}-7\cdot1+7\cdot0=$$

- Leggere e scrivere i numeri
  - *meccanismi lessicali e sintattici*
- Applicare routine procedurali
  - *elaborazione delle informazioni aritmetiche*
  - *serialità dell'algoritmo di risoluzione*
- Utilizzare automatismi di calcolo
  - *recuperare i fatti aritmetici*
- Utilizzare strategie di calcolo
- Utilizzare algoritmi di calcolo

In un'espressione come questa **le possibilità di errore sono molteplici (sintattici, procedurali, strategie di conteggio, fatti numerici)** ed è per questo che **un test** come AC-MT può mettere in risalto le debolezze specifiche dell'alunno

• 3 x 9 = 36 *(orale)*	• Automatismo
• 6 + 4 = 24 *(orale)*	• Automatismo
• 251 – 190 =	• Procedura
• 141 *(scritto)*	
• 48 + 24 = 62 *(orale)* 	• Strategia
• 240 : 6 = 4 *(scritto)*	• Procedura
00	

Strategie di calcolo

caratteristiche

Le strategie di calcolo vengono utilizzate nei seguenti casi:

-per tutti i **calcoli a mente**

-per **velocizzare alcuni passaggi degli algoritmi nel calcolo scritto**

-**largo uso nella vita quotidiana** (conseguenze adattive della matematica)

Nell'utilizzo delle strategie si deve far ricorso anche ai fatti aritmetici cui si accede senza eseguire gli algoritmi di soluzione:

Tabelline

Calcoli semplici

Risultati memorizzati (fatti aritmetici)

Grande impiego della **memoria di lavoro** per quanto riguarda le **strategie;**

Grande impiego della **memoria a lungo termine** semantica per quanto riguarda i fatti aritmetici;

Durante l'utilizzo di strategie di calcolo si utilizzano anche i fatti aritmetici

Strategia del min, del sum, del counting all

Modello del conteggio totale (il meno evoluto, il più lento e porta spesso ad errori)

2 + 5 = 7

1, 2;→ 1, 2, 3, 4, 5; → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Modello del conteggio a partire da un punto (**modello sum**)

2 + 5 = 7

(2) 3, 4, 5, 6, 7

Modello del minimo (counting on)→ **modello min (il più evoluto)**

2 + 5 = 7

(5)→ 6, 7

Strategia dell' N10 e del 1010

[…] E' stato evidenziato il ruolo centrale di queste due strategie.

1010

Di fronte ad una addizione o a una sottrazione tra due numeri **vengano separate decine e unità di entrambi i numeri**, che poi si sommano o sottraggono separatamente:
32+25 si computa come **30+20 e 2+5** = 50+7.

N10

Con questa strategia invece **si scompone solo il secondo operatore**:
32+25 si computa **32+20 =52+5**= 57

Questa seconda strategia è più evoluta ed è anche la più frequentemente usata dagli adulti

Da *C. Cornoldi, C. Cazzola*, AC-MT 11-14

Aspetti evolutivi (anche rispetto alle strategie)

primo ciclo della scuola primaria di primo grado:

conteggio sulle dita

conteggio verbale

deposito di fatti numerici in memoria a lungo termine

inizio recupero fatti numerici (5+3=8)

secondo ciclo della scuola primaria di primo grado:

infrequente conteggio sulle dita

frequente recupero fatti numerici (5+3=8)

strategie di scomposizione, soprattutto legate alle proprietà delle decine (6+7=6+4+3, oppure 6+9=6+10-1) o dei fatti numerici più salienti (8+7=8+8=16…-1)

Caratteristiche dei bambini discalculici

spesso **errori** legati al principio di astrazione e ***irrilevanza dell'ordine,*** talvolta errori di ***doppio conteggio***

stesse **strategie,** ma maggior uso di ***quelle più semplici***
transizione a strategie più mature avviene più tardi

meno frequente uso di strategie miste e di scomposizione

più frequenti **errori nel *recupero di fatti aritmetici***

riportate anche **difficoltà *nel subitizing***

difficoltà di monitoraggio

ritardo più evidente per bambini discalculici ***e*** dislessici
(più lenti, più errori fatti aritmetici)

Alcune indicazioni

L'allenamento della memorizzazione di fatti aritmetici è poco efficace (**ridurre la quantità dei fatti numerici da memorizzare**)

Più utile **l'associazione dei fatti numerici a rappresentazioni visive** (linea dei numeri, tavola pitagorica, oppure rappresentazioni analogiche)

Importante la concettualizzazione dei numeri come entità scomponibili

Allenamento e potenziamento di strategie di calcolo più evolute

Allenamento delle associazioni visivo-verbali

Osservazione di trasformazioni con **materiale concreto**

Utilizzazione di **rappresentazioni grafiche delle trasformazioni quantitative**

Permettere **tempi di esecuzione più lunghi - uso calcolatrice - tabelle compensative** (privilegiando l'autonomia rispetto alla velocità)

Dispensare… quando?

Ogni individuo, compresi i DSA, se stimolato correttamente, è migliorabile in ogni processo anche se con margini di efficacia differenti.

I programmi di potenziamento hanno come obiettivo il raggiungimento di una prestazione finale accettabile, ma anche lo sviluppo di tutti quei processi in cui il soggetto presenta difficoltà.

Attenzione a dispensare!
Lo strumento che dispensa il processo può essere necessario in compiti complessi (ad es. la calcolatrice nello svolgimento dei problemi che permette di non sovraccaricare il sistema cognitivo).

Costruire delle attività *ad hoc* per potenziare comunque i processi dispensati (in questo caso il sistema di calcolo) e portarli al massimo sviluppo possibile.

**Una dispensa costante dall'utilizzo
di una particolare funzione
rischia di condurre a una sorta
di "ATROFIZZAZIONE" della stessa.**

Lucangeli D. (a cura di), La Discalculia e le difficoltà in aritmetica, Ed. Giunti, 2012.

Working Memory

Nel 1974 Baddeley propose un nuovo modello di memoria a breve termine.

La memoria a breve termine veniva chiamata **memoria di lavoro** ed era strutturata in **tre parti: esecutivo centrale, ciclo fonologico e Taccuino visuo-spaziale**.

A questi elementi Baddeley ha aggiunto nel 2000 il **buffer episodico.**

Memoria a Breve Termine di Lavoro

La prima parte è costituita dall'**esecutivo centrale** che è una struttura di controllo e **supervisione** su altre due strutture, il **ciclo fonologico** e il **taccuino visuo-spaziale**.

Il **ciclo fonologico** è implicato nelle funzioni della memoria a breve termine di tipo uditivo-verbale ed è costituito da un **magazzino fonologico** e da un **circuito di ripasso articolatorio (ripetizione mentale di parole/frasi/numeri/etc.)**.

Uno stimolo verbale acquisito per via uditiva passa prima nel magazzino fonologico dove rimane per pochi secondi. Se successivamente passa nel circuito di ripasso articolatorio, viene ritenuto per un tempo maggiore.

Il **taccuino visuo-spaziale** è implicato nella rappresentazione dello spazio sia per elaborare e mantenere informazioni visuo-spaziali sia per generare immagini mentali.
Questo sistema è implicato nelle informazioni relative alle **caratteristiche degli oggetti (come forma, colore, dimensione)** e a quelle **relative a posizioni/movimenti nello spazio.**

Buffer episodico: è l'ultimo sotto-componente aggiunto da Baddeley nel 2000.
Viene chiamato "episodico" in quanto ha la capacità di **mantenere le informazioni** che sono integrate sia dalla working memory che dalla memoria a lungo termine, in rappresentazioni unitarie multidimensionali: ovvero, **scene ed episodi.**

Memoria di Lavoro (M. C. Passolunghi)

Circuito fonologico: adibito all'elaborazione e al mantenimento delle informazioni, verbale e acustica, è costituito da un magazzino fonologico e da un **meccanismo di ripetizione subvocale** che permette la reiterazione e, quindi, il **mantenimento del materiale da ricordare, nonché la conversione di stimoli visivi nei loro corrispondenti verbali.**

Taccuino visuo-spaziale: designato all'elaborazione e alla conversione dell'informazione visuo-spaziale, consente il **mantenimento temporaneo delle caratteristiche visive delle informazioni in arrivo.**

Esecutivo centrale: assolve il compito di **supervisione, coordinazione e integrazione delle informazioni che provengono dai due sottosistemi**, con la funzione di interagire regolando e controllando la loro attività. È giudicato uno spazio di lavoro flessibile e limitato, dunque «finito», ma **sempre attivo**. Parte di questa capacità è utilizzata per processare le informazioni di input, mentre la rimanente è adibita a **magazzino per i prodotti risultanti dal processamento.**

Working Memory e discalculia

implicazioni

Il **deficit nella Working memory** da alcuni autori è considerato **un «marker» della discalculia** assieme ai **problemi visuo-spaziali e a deficit nell'intelligenza numerica** (comparazione e stima di grandezze, subitizing)

Altri autori riconoscono sicuramente la sua importanza e la sua incidenza nei problemi di discalculia ma **lo considerano un deficit aspecifico**, nel senso che è comune anche ad altri disturbi dell'apprendimento (per esempio si ritrova anche nella dislessia)

Working Memory e discalculia

implicazioni

La **Working memory** è implicata nei seguenti aspetti:

- Uso di strategie nel calcolo a mente (counting on, N10);
- Calcolo scritto e uso del resto/riporto;
- Risoluzione di problemi e mantenimento in memoria dei dati salienti;
- Selezione degli algoritmi e applicazione delle loro proprietà (commutativa- operazione inversa)

Updating: un'importante funzione della WM è la capacità di fare un **updating (aggiornamento) dei dati che sta elaborando**… nella risoluzione dei problemi, come in ogni attività di comprensione, alcuni dati vengono selezionati come salienti ma poi, in un secondo tempo, devono essere scartati, perché considerati non più pertinenti.

Updating

implicazioni

Sostituzione continua delle informazioni già presenti in memoria con nuove informazioni in ingresso.

Non si tratta di semplice sostituzione di informazioni vecchie con le nuove, perché l'aggiornamento coinvolge i processi di attivazione e inibizione.

Non è solo «mantenimento-sostituzione» ma implica **la funzione di «mantenimento-selezione».**

La comprensione è correlata non solo all'abilità di richiamare informazioni previamente selezionate, ma anche la **capacità di sopprimere informazioni** potenzialmente rilevanti controllando quelle non più pertinenti.

Cosa contraddistingue i «solutori non abili» in compiti matematici?

caratteristiche

Ritengono un maggior numero di informazioni irrilevanti

Tale deficit è stato testato con le **prove «dual task»** di Daneman e Carpenter (1980)

-elaborare semanticamente una frase (decidere se è V/F)

-ricordare ultima parola della frase

Il **deficit nella memoria di lavoro** è un dato che è stato individuato da diverse ricerche e replicato in numerosi studi.

A differenza dei «solutori non abili» **gli studenti con maggior successo** in matematica dimostrano **migliori capacità nel ricordare il testo (soluzione di problemi)**

Dual task

Daneman e Carpenter (1980) ebbero il merito di dare forza e valenza statistica a un'intuizione che era stata avanzata da molti studiosi: la comprensione del testo coinvolge la memoria a breve termine (intesa come memoria di lavoro) e **la capacità di rielaborazione dei dati acquisiti e mantenuti in memoria.**

I loro esperimenti, replicati più volte con alcune varianti, misero in risalto l'alta **correlazione** che vi è tra **cattive prestazioni in test di comprensione e cattive prestazioni in test che misurano la memoria di lavoro** e la capacità di rielaborazione dei dati.

Il test, da loro ideato, prese il nome di **"Reading Span Test"** e consiste nella lettura di un set di frasi (due frasi, poi tre, quattro, cinque) delle quali il soggetto deve dire se siano vere o false e contemporaneamente ricordare l'ultima parola di ogni frase.

Questo compito misura la capacità di elaborare l'informazione **("il gatto si ciba di fieno" è un'affermazione vera o falsa?) e contemporaneamente di mantenere in memoria un elemento della frase stessa;** la complessità del compito ovviamente aumenta quando il soggetto deve giudicare quattro o cinque frasi di seguito e contemporaneamente ricordare le parole finali.

Gruppo MT

Anche il gruppo MT di Padova tra il 1998 e il 2005 ha elaborato diversi interessanti studi, condotti su "buoni" e "cattivi" lettori, in precedenza selezionati con test diagnostici (prove di comprensione MT). Gli studi miravano a indagare nei cattivi lettori la presenza di eventuali **difficoltà d'inibizione di informazioni irrilevanti.**

Il test predisposto dal gruppo MT ("**test degli animali**") si basa su liste di parole che vengono lette al soggetto, il quale deve elaborarle secondo la seguente modalità: **battere la mano sul tavolo ogni qual volta sente il nome di un animale e contemporaneamente ricordare l'ultima parola di ogni lista** (esistono liste di due, tre, quattro, cinque righe).

cosa	**madre**	**cane**	**parola**	**notte**
anno	**campione**	**gas**	**posizione**	**testa**
donna	**daino**	**partita**	**visita**	**giraffa**

In questo caso, dunque, il soggetto dovrebbe battere la mano in contemporanea alla lettura delle parole "cane", "daino" e "giraffa" e, alla fine dell'esercizio, ricordare le parole "notte", "testa" e "giraffa".

Importanza delle intrusioni

Il test non misura solamente lo span di memoria, ma va anche ad analizzare il numero di "intrusioni", cioè di parole ricordate in modo errato e che fanno parte della lista.

Le intrusioni sono un **indice importante perché segnalano l'incapacità del soggetto di inibire un'informazione elaborata in precedenza**;

se poi l'intrusione è data da una parola di animale, il **dato è ancora più significativo** in quanto l'elaborazione cognitiva su tale parola è stata più marcata, poiché il soggetto doveva focalizzare l'attenzione su di essa e contemporaneamente battere la mano.

Secondo questi studi, un ridotto span di memoria e un elevato numero d'intrusioni caratterizzano elettivamente i cattivi lettori→ per estensione **questo deficit caratterizza anche i cattivi risolutori di problemi** che «mancano» in una delle prime attività da mettere in atto di fronte ad un problema: comprensione del testo e selezione dei dati pertinenti.

Ricerche in ambito matematico

Sono state condotte **diverse ricerche**, più volte replicate, che hanno messo in risalto **deficit elettivi nella memoria di lavoro con cadute specifiche nella incapacità di inibire informazioni irrilevanti.**

Queste ricerche hanno selezionato gruppi di soggetti di pari età, identica abilità di comprensione del testo (prova MT), profili di QI sovrapponibili.

I gruppi sono poi stati divisi in due sottogruppi :
«disabilità specifica in matematica» e gruppo di controllo.

Le prestazioni in compiti di memoria di lavoro e «dual task» individuavano elettivamente i soggetti con disabilità specifica in matematica.

C. Passolunghi

M. C. Passolunghi

disturbo del calcolo

È su base biologica e non deve essere confuso con una difficoltà

Deve essere «resistente agli interventi»

Persistente, quindi presente già a livello di scuola dell'Infanzia (deficit nell'acuità numerica)

Deve presentare conseguenze disadattive anche fuori dalla scuola

Possibili marker:

Deficit nel «senso del numero» (subitizing, grandezze, numerosità)

Deficit nella memoria di lavoro

Deficit a livello di funzioni esecutive

Deficit visuo-spaziali

Range

<10° percentile nei test standardizzati individua un disturbo specifico

11°-35° percentile nei test standardizzati individua le difficoltà
(Low Achivers→ LA)

La diagnosi va effettuata:
Dopo la classe terza della scuola primaria
Dopo un intervento di potenziamento di circa 4 mesi
Dopo una seconda valutazione testistica (si consigliano due valutazioni proprio per l'alto numero di falsi positivi e il buon successo degli interventi di potenziamento che spostano spesso la diagnosi verso una «semplice difficoltà»)

I training ovviamente vanno proposti anche ai ragazzi in difficoltà, visto che i «falsi positivi» segnalati dalla scuola sono numerosissimi e comunque necessitano di un intervento… anzi **sono i casi ove l'intervento ha maggior possibilità di successo.**

Consigli

Per la risoluzione di problemi

Ciò che distingue maggiormente i «bravi solutori» dai ragazzi in difficoltà:
la **capacità di CATEGORIZZAZIONE**→(individuare/mettere assieme i «problemi simili», che si risolvono con lo stesso pattern);
le **abilità METACOGNITIVE** che rimandano alla capacità di PIANIFICAZIONE→ possibilità di risoluzione, controllo della congruenza dei dati, individuazione degli algoritmi da utilizzare, in quale ordine utilizzarli, controllo dell'attendibilità dei risultati

Importanza di mettere la domanda all'inizio del problema, questa semplice strategia didattica funziona soprattutto con gli alunni con difficoltà matematiche.

Lavorare in modo specifico su:
Training di memoria di lavoro;
Approccio metacognitivo;
Training cognitivi (comprensione/categorizzazione/pianificazione/esecuzione algoritmi)

Consigli

Semplice modalità per valutare le strategie di calcolo

La strategia del «counting on» è la più evoluta quindi provare a…
Fornire una addizione del tipo 3+6…

I bambini più evoluti applicheranno la proprietà commutativa e faranno 6+3
Gli altri invece resteranno «ancorati» alla strategia «counting add» 3+6 e stanno più tempo (dopo la risoluzione chiedere di scrivere quale operazione hanno fatto)

In **età evolutiva gli errori più comuni sono quelli sintattici** e da un certo punto di vista sono naturali (basta che **non si trascinino oltre la classe quarta**)→ tipico l'errore sul «riconoscimento del valore dello zero»… «centoquattro» scritto 1004

Consigli per il training

Memocalcolo (software)

Da utilizzare per **potenziare le abilità di recupero dei fatti numerici e delle tabelline**… alla fine della classe terza della scuola Primaria
Poli, Molin, Lucangeli, Cornoldi, Erickson, € 44

Risolvere problemi aritmetici (esiste anche il software)

Utile perché **si integra con il test SPM** e propone esercizi mirati sulle aree indagate dal test;
Utile per gli **esercizi proposti sul potenziamento della WM e dell'Updating** (pochi esercizi… si possono prendere come spunto per inventarne degli altri)
Età 8-11 (per alunni più grandi necessita di aggiornamenti contenutistici)
Passolunghi, Bizzaro, Erickson, € 48 Cd + libro; € 16 solo libro; € 32 solo Cd

Prepararsi ai problemi aritmetici di scuola secondaria (esiste anche il software)

Anche questo programma si integra con le SPM; utile perché gli **esercizi sono graduati in 5 livelli…** si considera un «**programma ponte**» di continuità scuola primaria-scuola secondaria… dai riscontri che provengono da insegnanti e genitori che lo hanno utilizzato FUNZIONA!
Passolunghi, Bizzaro, Erickson, € libro16,50, Cd-rom € 29

Test AC-MT (6-11 e 11-14)

Test di I Livello:

AC-MT (Cornoldi, Lucangeli, Bellina, 2002)

per tutte le classi scuola Primaria

AC-MT 11-14 (Cornoldi, Cazzola, 2003)

per tutte le classi della scuola secondaria I grado

strumenti di screening

e per la progettazione

di un training mirato

In queste slide analizzeremo più da vicino le AC-MT 11-14 ma l'impostazione generale è identica tra i due test

Caratteristiche

- Il test indaga le abilità di calcolo e problem solving nei ragazzi di scuola secondaria (11-14 anni)→ campione di **standardizzazione =2.658 alunni;**
- è un test di screening, non uno strumento diagnostico;
- prevede **3 versioni distinte (6°, 7°, 8° grado)** per i diversi livelli di scolarizzazione (I, II, III classe scuola secondaria);
- è sempre opportuno **accertarsi che le competenze, richieste dal test, siano state effettivamente acquisite in base al Programma svolto;**
- il test **è stato costruito in base ai programmi ministeriali** di classe 5^ scuola Primaria e delle classi 1^, 2^ e 3^ della scuola Secondaria; inoltre sono stati consultati numerosi testi di matematica (Zwirner 1991, Linardi-Negri-Regale 1997)
- il test è strutturato in 3 parti (parte collettiva, individuale, problemi aritmetici)

STRUTTURA: 3 parti

Parte collettiva

7/8 prove

1. Esegui le seguenti operazioni
2. Espressioni aritmetiche (classe 2^ e 3^)
3. Qual è il più grande
4. Trasforma in cifre scritte
5. Completa la serie
6. Trascrivi in cifre i seguenti numeri
7. Calcolo approssimativo
8. Fatti, procedure e principi

Parte individuale

4 prove

1. Calcolo a mente
2. Calcolo scritto
3. Dettato di numeri
4. Recupero di fatti numerici

Problemi Aritmetici → 10 problemi

Regole di somministrazione

Parte collettiva:

- può essere **somministrata *a più* allievi contemporaneamente**, ad esempio all'intera classe;
- scopo è l'accertamento generale delle *abilità di calcolo*;
- le **8 prove** (un fascicolo), vanno descritte una alla volta dall'esaminatore, che deve svolgere insieme ai ragazzi l'esercizio previsto come *esempio*;
- ad eccezione delle **due prove a *tempo* determinato** («calcolo approssimativo» e «fatti procedure e principi»: 2 min. max per ognuna), il test non prevede consegne di velocità **(tempo indicativo di svolgimento→ 60 min.);**
- si tiene conto delle *risposte corrette* (solo indice di correttezza);
- i ragazzi sono invitati a *girare pagina* (cambiare esercizio) solo quando l'esaminatore lo richiede esplicitamente (attendere che il 90% abbia terminato);
- *rassicurare* i ragazzi sul fatto che la prova non comporta voto.

Regole di somministrazione

Parte individuale:

- costituita da **4 prove** (calcolo a mente/calcolo scritto/recupero di fatti numerici/dettato di numeri);
- ha una **durata indicativa di 10 min.;**
- per il **calcolo a mente e per il calcolo scritto** si tiene conto di correttezza e velocità (**max 60 sec. per ogni item** quindi totale di ogni prova max 240 sec→ 4 item per prova); vanno inoltre annotate le *strategie utilizzate* ;
- per il «**recupero di fatti numerici**» è previsto il **tempo max di 5 sec. per item** (24 item)
- la *"Scheda di codifica"* per l'esaminatore riporta gli esercizi da richiedere ai ragazzi e le soluzioni degli stessi;
- in caso di "blocco" di molti secondi, fermare il computo del tempo, rimotivare il ragazzo e poi riprendere il compito;

Regole di somministrazione

Problemi aritmetici

- **10 problemi, somministrabili collettivamente** alla classe;
- non ci sono limiti di tempo (**indicativamente 30 min**.);
- dopo l'*esempio*, ai ragazzi si chiede di leggere attentamente ogni problema e di indicare il risultato finale;
- Si tiene conto delle *soluzioni corrette*.

Punteggi e fasce di livello

È possibile collocare tutti i punteggi ottenuti (totali e parziali) in una delle seguenti 4 fasce di prestazione:

- **RII** = Richiesta di Intervento Immediato (livello di diagnosi di discalculia)
- **RA** = Richiesta di Attenzione
- **S** = Sufficiente
- **O** = Ottimale

Per un'analisi più dettagliata si possono consultare le *tabelle normative* che contengono media, deviazione standard e percentili (tutti gli indici sono divisi per fascia scolastica)

Si consiglia di NON utilizzare il calcolo «Totale della prova collettiva» in quanto poco significativo

Per una **valutazione di sospetto di discalculia** dovrebbero risultare **RII (o inferiore al 10° percentile) il 50% delle prove** (sia che si prendano in considerazione le macro-aree sia che si prendano in considerazione tutte le singole prove)

TABELLA 4.3

Descrittive delle macrovariabili per la classe prima media

CLASSE 1ª	N	Media	E.S. della media	Deviazione standard	Percentili								
					10	20	30	40	50	60	70	80	90
Calcolo scritto collettivo	780	5,91	0,067	1,861	3	4	5	6	6	7	7	8	8
Comprensione e produzione	780	15,31	0,171	4,783	8	11	14	16	17	18	19	19	20
Ragionamento aritmetico	780	17,62	0,174	4,856	10	14	16	17	19	20	21	22	23
Totale collettiva	780	50,67	0,457	12,765	32	40	46	49	54	57	60	62	65
Calcolo a mente	539	3,06	0,041	0,956	2	2	3	3	3	3	4	4	4
Calcolo scritto	539	3,18	0,039	0,899	2	2	3	3	3	3	4	4	4
Fatti numerici	539	19,18	0,165	3,821	13	16	18	19	20	21	22	22	24
Velocità	539	101,96	2,352	54,613	45	57	66	78	90	102	119	143	179
Totale individuale	539	44,15	0,383	8,884	32	37	40	43	46	48	50	52	55
Problemi aritmetici	440	6,62	0,118	2,473	3	4	5	6	7	8	8	9	9

Non utilizzare →

Indica la accuratezza →

N= numero di soggetti su cui si è standardizzata la prova

E.S. dalla media= Errore statistico

Fasce di prestazione 7° grado; 2ª media

7° grado; 2ª media	Media	Deviazione standard	Ottimale	Sufficiente	Richiesta di attenzione	Richiesta di intervento
Esegui le seguenti operazioni	5,34	2,142	8-7	6-5	4-3	2-0
Espressioni aritmetiche	1,01	0,866	2	1	0	0
Qual è il più grande	2,88	1,129	4	3	2	1-0
Trasforma in cifre scritte	5,34	2,934	8	7-4	3	2-0
Completa la serie	4,98	2,266	8-7	6-4	3-2	1-0
Trascrivi in cifre i seguenti numeri	6,18	2,025	8	7-5	4-3	2-0
Calcolo approssimativo	7,54	3,478	16-10	9-5	4-3	2-0
Fatti, procedure, principi	11,56	3,733	16-15	14-10	9-7	6-0
Calcolo Scritto Collettivo	6,34	2,637	10-9	8-6	5-4	3-0
Comprensione e Produzione	14,40	4,944	20-19	18-12	11-8	7-0
Ragionamento Aritmetico	19,09	5,921	32-24	23-15	14-11	10-0
Totale Prova Collettiva	52,26	15,633	82-70	69-45	44-31	30-0
Calcolo a mente accuratezza	2,69	1,118	4	3	2	1-0
Calcolo a mente velocità	50,57"	35,676"	< 23"	23"-70"	71"-95"	> 95"
Calcolo scritto accuratezza	3,23	0,886	4	3	2	1-0
Calcolo scritto velocità	62,15"	31,888"	< 41"	41"-75"	76"-100"	>100"
Dettato di numeri	3,21	0,978	4	3	2	1-0
Recupero di fatti numerici	19,85	3,886	24-23	22-17	16-14	13-0
Velocità	112,72"	58,554"	< 58"	58"-131"	132"-163"	> 163"
Totale Prova Individuale	43,53	3,341	56-55	54-41	40-30	29-0
Problemi aritmetici	3,83	2,646	10-7	6-4	3-2	1-0

Sono evidenziati in grigio i punteggi sommati.

Attribuzione dei punteggi

PARTE COLLETTIVA (3 indici di accuratezza + totale)

1. Calcolo scritto collettivo: si ottiene sommando i punteggi delle 2 prove (abilità di calcolo)

"esegui le seguenti operazioni" +
"espressioni aritmetiche" (non per la classe 1^)

2. Comprensione e produzione: indica l'integrità dei meccanismi semantici, sintattici e lessicali (nome del numero e valore posizionale delle cifre)

"qual è il più grande" +
"trasforma in cifre scritte" +
"trascrivi in cifre i seguenti numeri"

3. Ragionamento aritmetico: "calcolo approssimativo" +

"fatti, procedure, principi"

(**esclusa la prova "completa la serie"** perché da considerarsi prova di logica, **ma è indicativa**)

---

4. TOTALE PROVA COLLETTIVA (sconsigliato l'uso perché poco significativo)

(Calcolo scritto collettivo **x** 3) + Comprensione e produzione + Ragionamento aritmetico

Attribuzione dei punteggi

PARTE INDIVIDUALE (1 indice di velocità + 1 indice di accuratezza)

1. Velocità: si ottiene sommando i punteggi di velocità delle 2 prove di calcolo (indica il grado di automatizzazione dell'abilità di calcolo, oltre a dare indicazioni sulla WM)

"Calcolo a mente" velocità

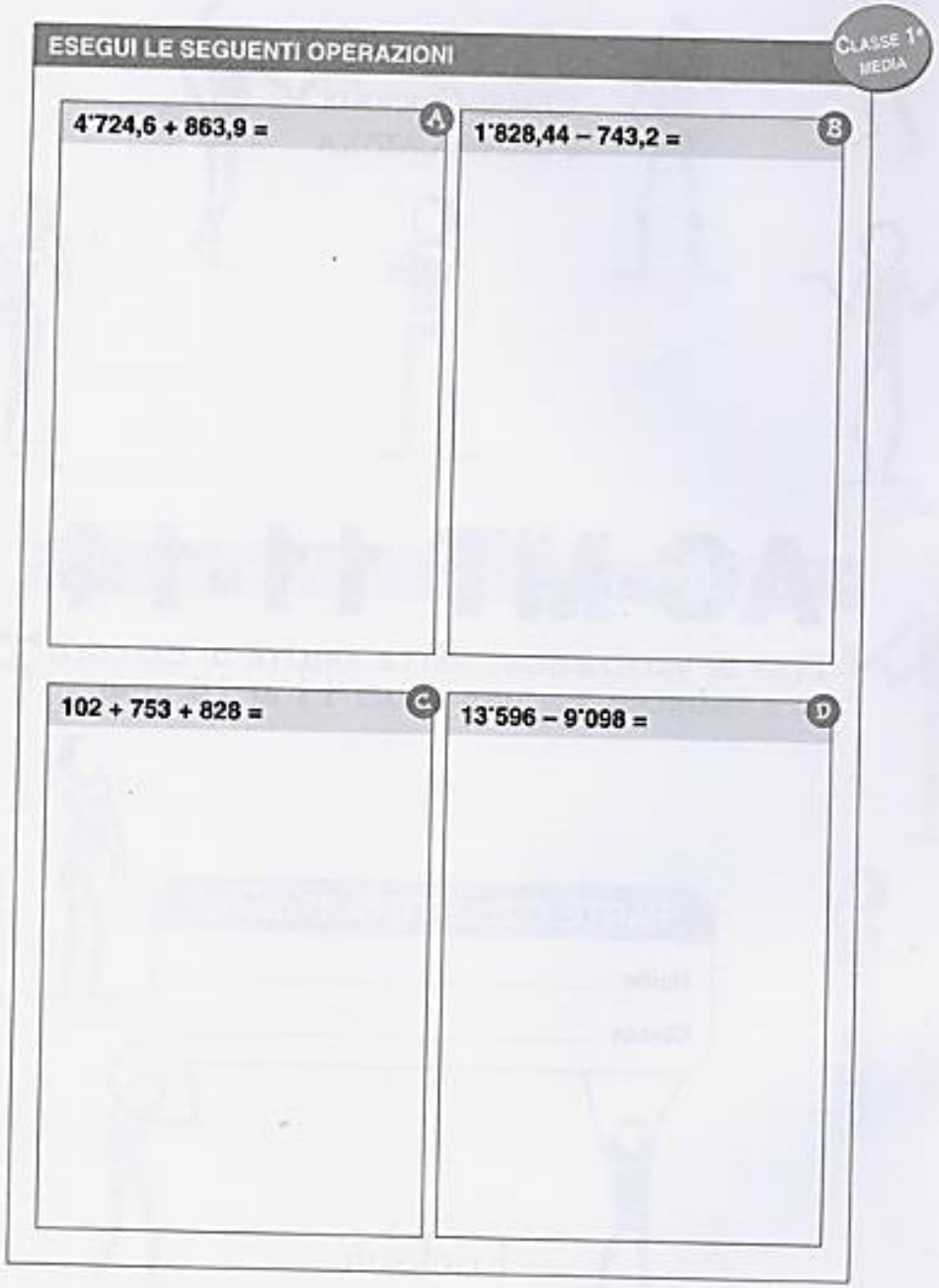
"Calcolo scritto" velocità

2. TOTALE PROVA INDIVIDUALE (in verità è l'indice relativo ad accuratezza)

("Calcolo a mente" accuratezza **x** 4) +

("Calcolo scritto" accuratezza **x** 4) +

"Recupero di fatti numerici"



ESEGUI LE SEGUENTI OPERAZIONI

CLASSE 1ª MEDIA

A) 4'724,6 + 863,9 =

B) 1'828,44 – 743,2 =

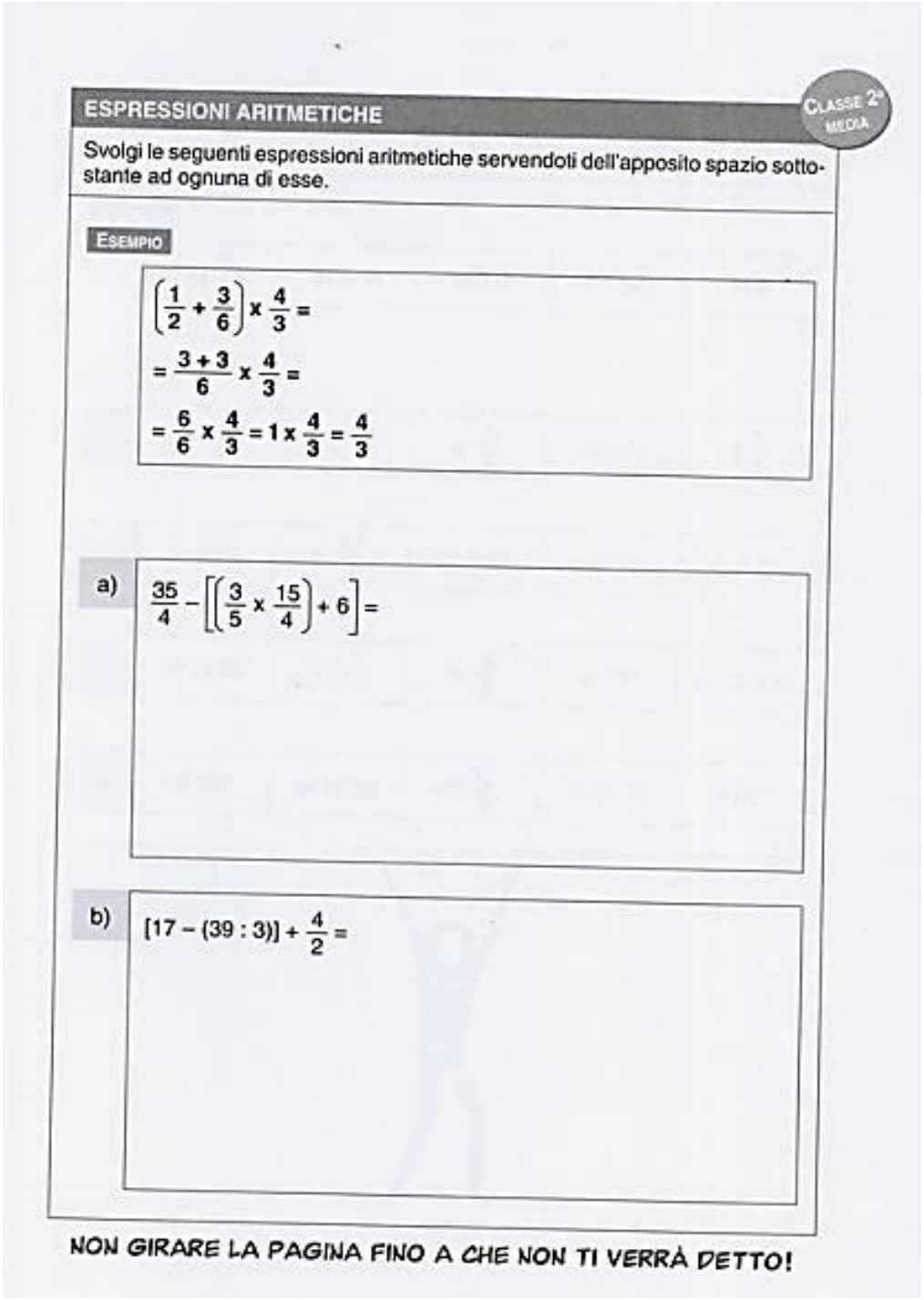
C) 102 + 753 + 828 =

D) 13'596 – 9'098 =

Parte collettiva- operazioni:

8 operazioni da svolgere; questo strumento indaga la capacità di applicare le procedure di calcolo nelle quattro operazioni.

In alcuni item i numeri sono con la virgola, in modo che l'operatore possa valutare se l'incapacità è dovuta a difficoltà nel gestire numeri non interi



ESPRESSIONI ARITMETICHE

CLASSE 2ª MEDIA

Svolgi le seguenti espressioni aritmetiche servendoti dell'apposito spazio sottostante ad ognuna di esse.

ESEMPIO

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{6}\right)\times\frac{4}{3}=$$
$$=\frac{3+3}{6}\times\frac{4}{3}=$$
$$=\frac{6}{6}\times\frac{4}{3}=1\times\frac{4}{3}=\frac{4}{3}$$

a) $\frac{35}{4}-\left[\left(\frac{3}{5}\times\frac{15}{4}\right)+6\right]=$

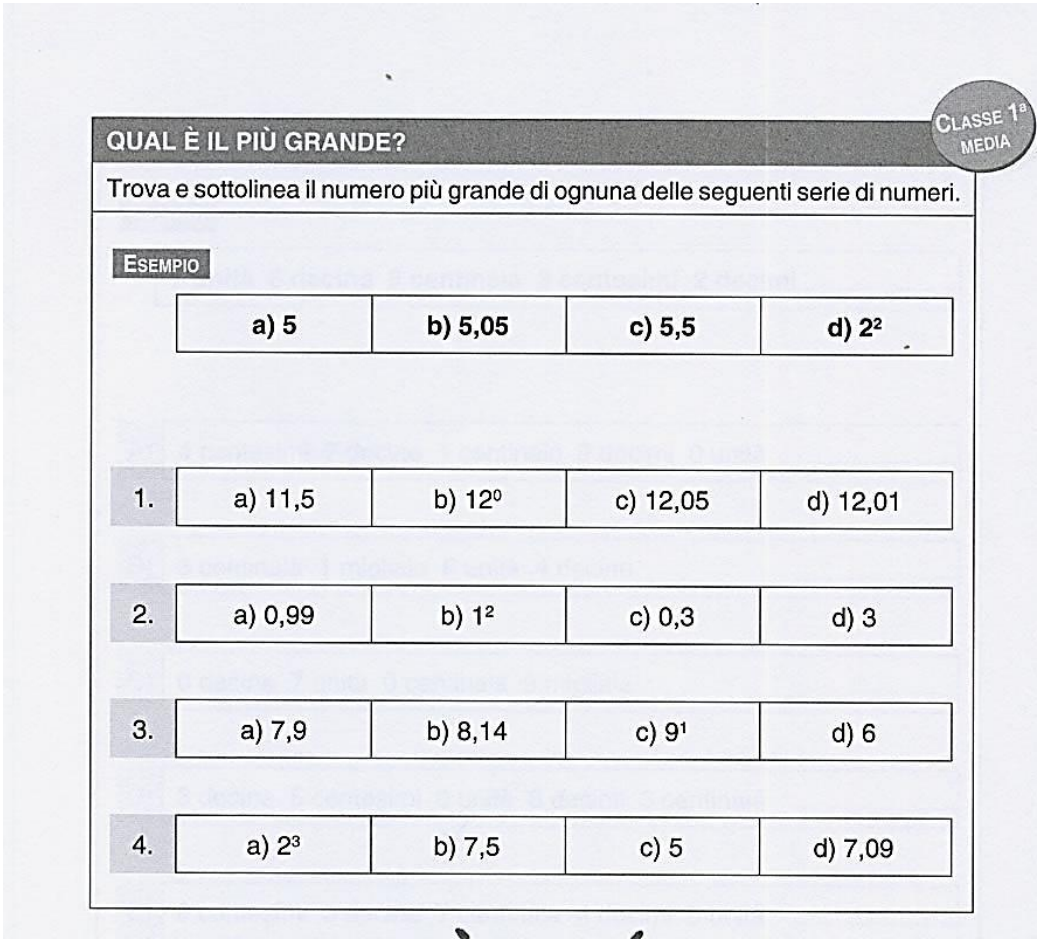
b) $[17-(39:3)]+\frac{4}{2}=$

NON GIRARE LA PAGINA FINO A CHE NON TI VERRÀ DETTO!

Parte collettiva- espressioni:

Solo a partire dalla classe 2^.
Oltre a indicazioni sulle quattro operazioni lo strumento dà informazioni su come varia la prestazione se addizioni, sottrazioni etc. sono combinate assieme.

Valuta anche la capacità di applicare importanti regole procedurali.



QUAL È IL PIÙ GRANDE?

CLASSE 1ª MEDIA

Trova e sottolinea il numero più grande di ognuna delle seguenti serie di numeri.

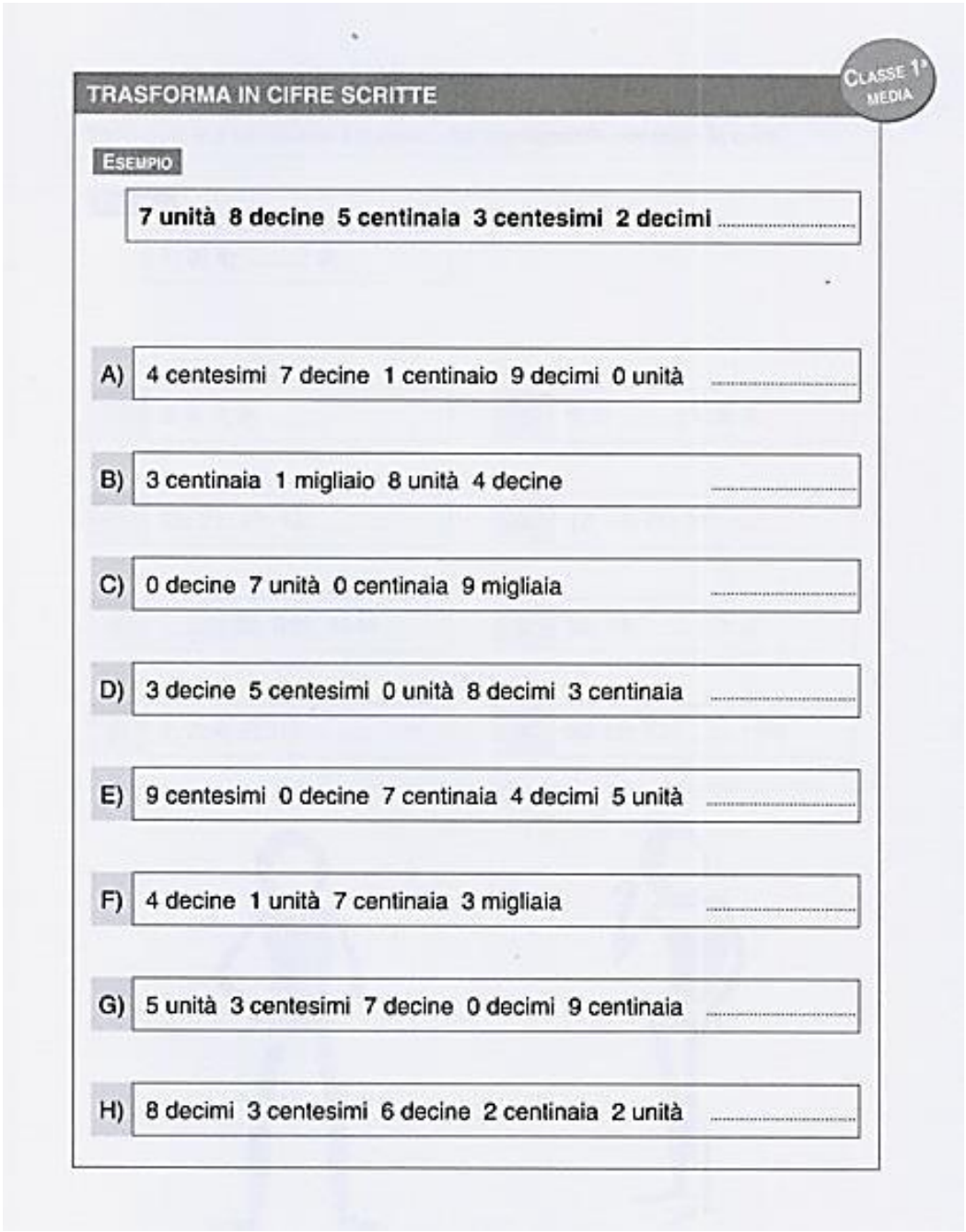
ESEMPIO

	a) 5	**b) 5,05**	**c) 5,5**	**d) 2^2**
1.	a) 11,5	b) 12^0	c) 12,05	d) 12,01
2.	a) 0,99	b) 1^2	c) 0,3	d) 3
3.	a) 7,9	b) 8,14	c) 9^1	d) 6
4.	a) 2^3	b) 7,5	c) 5	d) 7,09

Parte collettiva-
qual è il più grande:

Indaga le abilità sia lessicali che semantiche del numero.

Cerchiare in ciascuna serie il numero più grande.



TRASFORMA IN CIFRE SCRITTE

CLASSE 1ª MEDIA

ESEMPIO

7 unità 8 decine 5 centinaia 3 centesimi 2 decimi .....

A) 4 centesimi 7 decine 1 centinaio 9 decimi 0 unità .....

B) 3 centinaia 1 migliaio 8 unità 4 decine .....

C) 0 decine 7 unità 0 centinaia 9 migliaia .....

D) 3 decine 5 centesimi 0 unità 8 decimi 3 centinaia .....

E) 9 centesimi 0 decine 7 centinaia 4 decimi 5 unità .....

F) 4 decine 1 unità 7 centinaia 3 migliaia .....

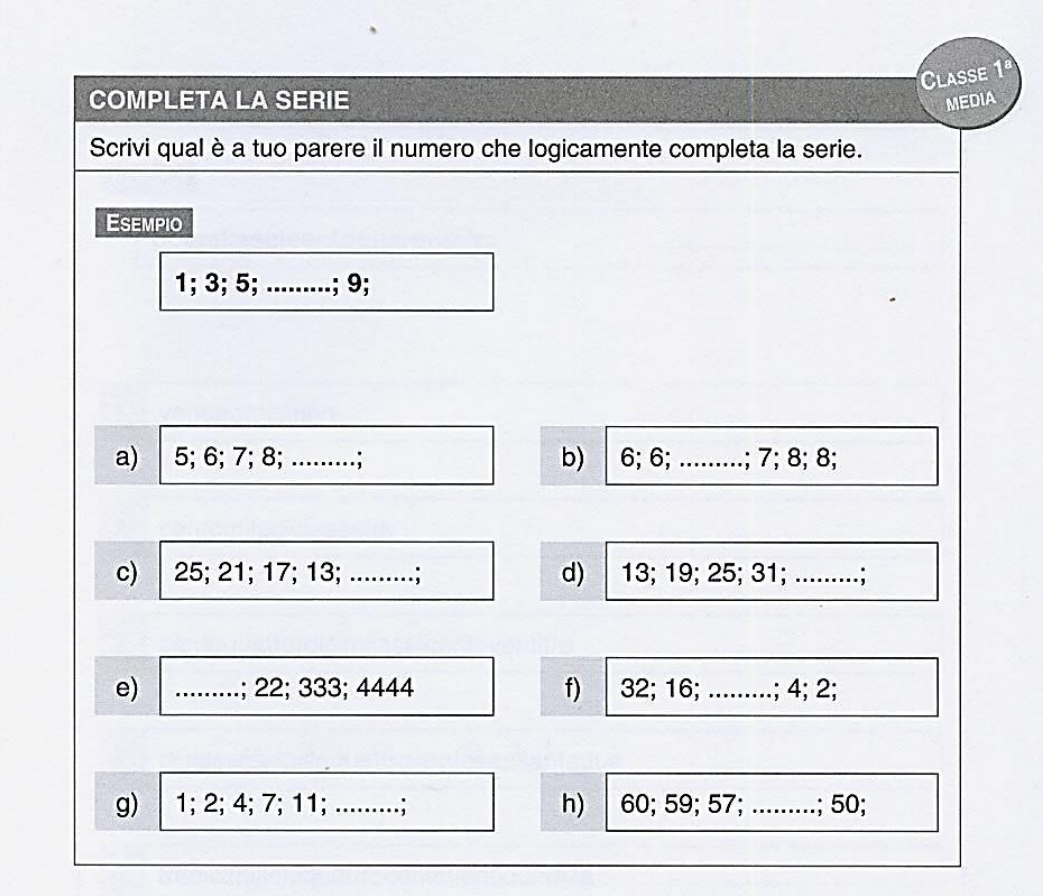
G) 5 unità 3 centesimi 7 decine 0 decimi 9 centinaia .....

H) 8 decimi 3 centesimi 6 decine 2 centinaia 2 unità .....

Parte collettiva-
Trasforma in cifre scritte:

Indaga le abilità sintattiche del numero.

Il ragazzo deve ricordare in che posizione vanno messe tra loro migliaia, centinaia, decine, unità, decimi e centesimi.



COMPLETA LA SERIE

CLASSE 1ª MEDIA

Scrivi qual è a tuo parere il numero che logicamente completa la serie.

ESEMPIO

1; 3; 5; .....; 9;

a) 5; 6; 7; 8; .....;

b) 6; 6; .....; 7; 8; 8;

c) 25; 21; 17; 13; .....;

d) 13; 19; 25; 31; .....;

e) .....; 22; 333; 4444

f) 32; 16; .....; 4; 2;

g) 1; 2; 4; 7; 11; .....;

h) 60; 59; 57; .....; 50;

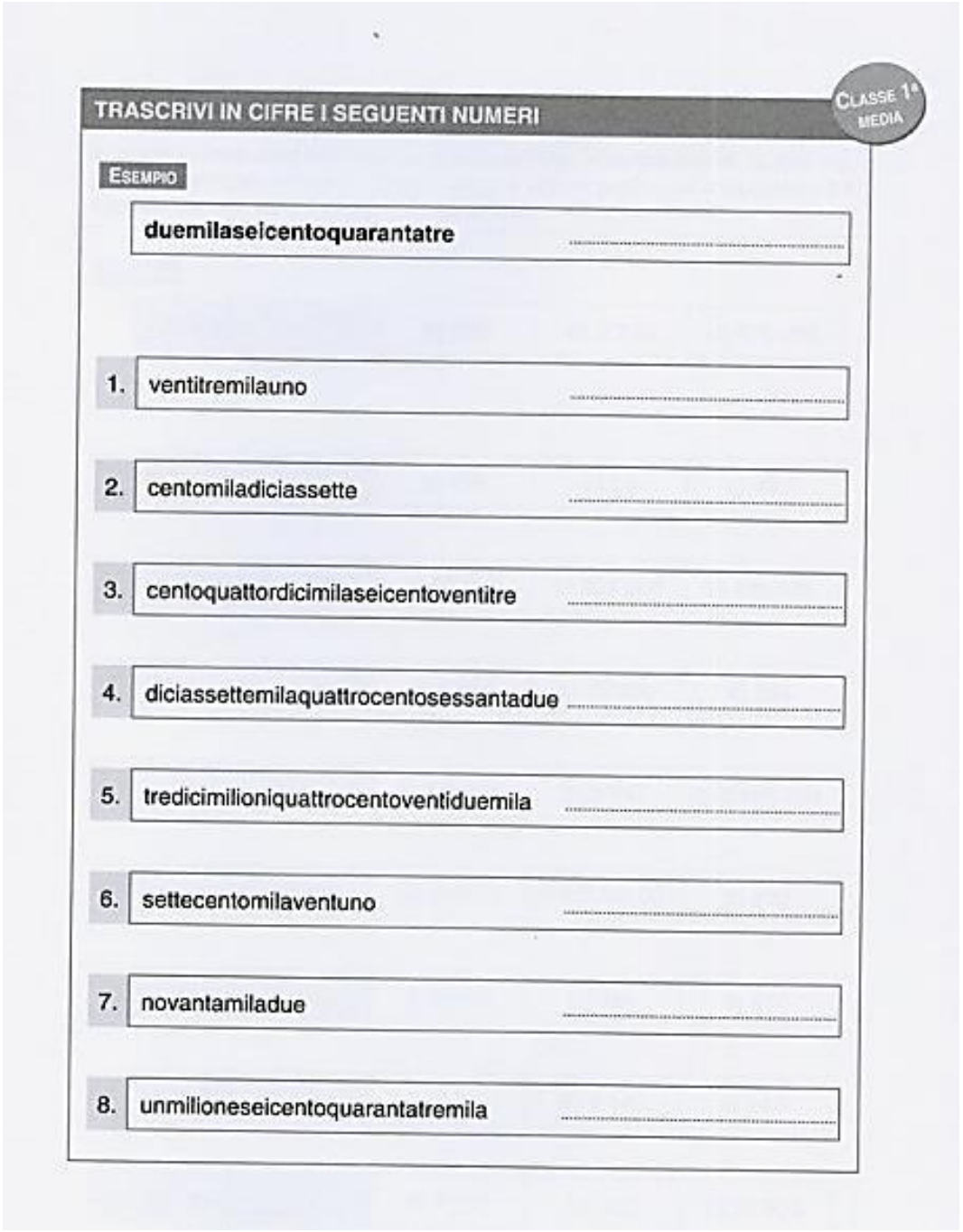
Parte collettiva-
Completa la serie:

Indaga le capacità del ragazzo di compiere **ragionamenti logici sulle proprietà dei numeri.**

Questo esercizio, apparentemente diverso da tutti gli altri,

a livello statistico **ha alte correlazioni con tutte le sezioni del test;**

ciò indica come capacità di calcolo e logica-numerica sono in stretta relazione reciproca.



TRASCRIVI IN CIFRE I SEGUENTI NUMERI

CLASSE 1ª MEDIA

ESEMPIO

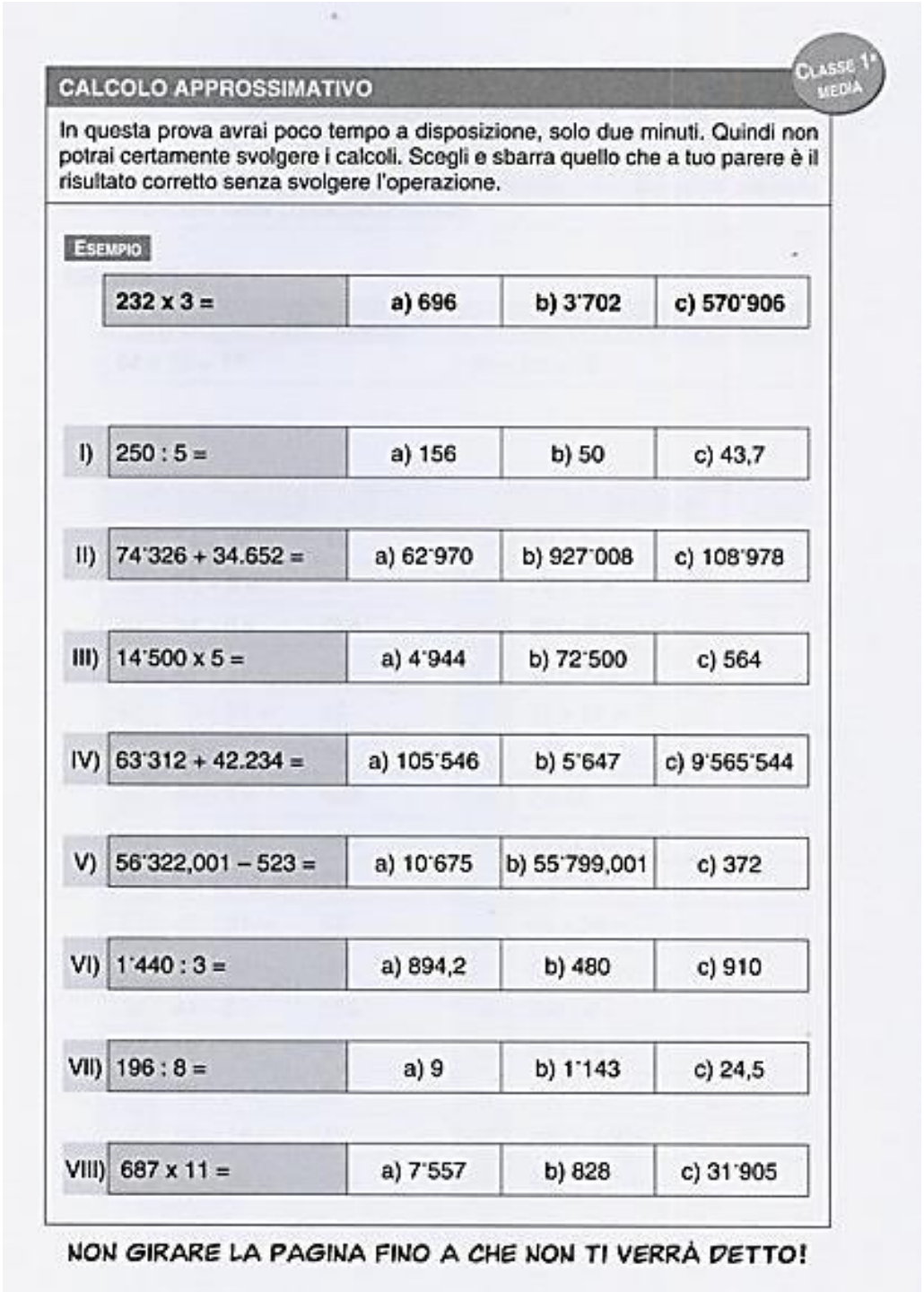
duemilaseicentoquarantatre .....

1. ventitremilauno .....
2. centomiladiciassette .....
3. centoquattordicimilaseicentoventitre .....
4. diciassettemilaquattrocentosessantadue .....
5. tredicimilioniquattrocentoventiduemila .....
6. settecentomilaventuno .....
7. novantamiladue .....
8. unmilioneseicentoquarantatremila .....

Parte collettiva-
Trascrivi in cifre i seguenti numeri:

Indaga gli errori di origine sintattica e lessicale.

Particolarmente indagato è l'uso dello «zero» che può dar adito a diverse tipologie di errori… ventitremila e uno= 230001



CALCOLO APPROSSIMATIVO

CLASSE 1ª MEDIA

In questa prova avrai poco tempo a disposizione, solo due minuti. Quindi non potrai certamente svolgere i calcoli. Scegli e sbarra quello che a tuo parere è il risultato corretto senza svolgere l'operazione.

ESEMPIO

232 x 3 =	a) 696	b) 3'702	c) 570'906

I)	250 : 5 =	a) 156	b) 50	c) 43,7
II)	74'326 + 34.652 =	a) 62'970	b) 927'008	c) 108'978
III)	14'500 x 5 =	a) 4'944	b) 72'500	c) 564
IV)	63'312 + 42.234 =	a) 105'546	b) 5'647	c) 9'565'544
V)	56'322,001 – 523 =	a) 10'675	b) 55'799,001	c) 372
VI)	1'440 : 3 =	a) 894,2	b) 480	c) 910
VII)	196 : 8 =	a) 9	b) 1'143	c) 24,5
VIII)	687 x 11 =	a) 7'557	b) 828	c) 31'905

NON GIRARE LA PAGINA FINO A CHE NON TI VERRÀ DETTO!

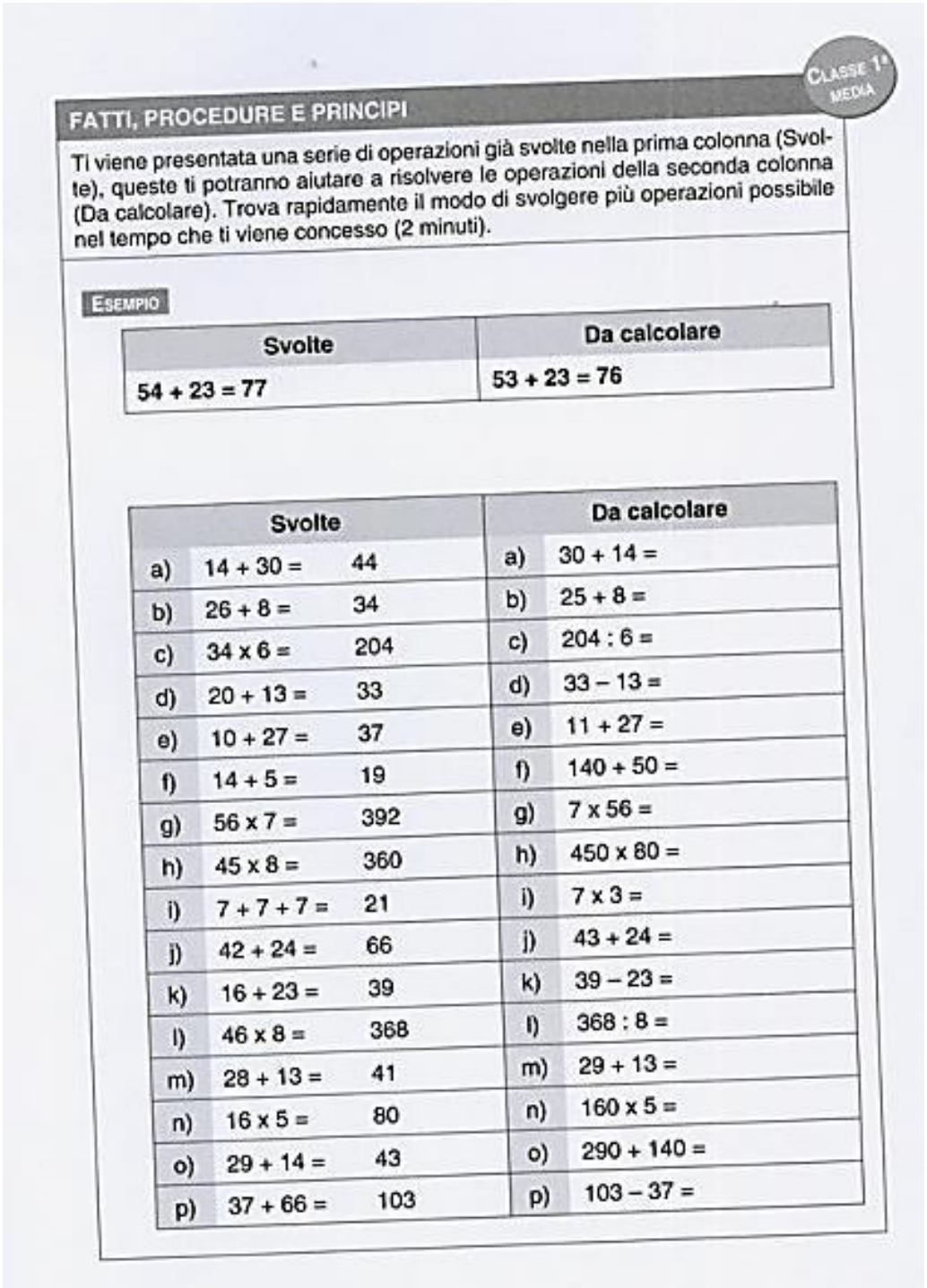
Parte collettiva-
Calcolo approssimativo:

Ragionamento in ordine di grandezze... Scegliere tra le 3 opzioni (a, b, c)

Tempo massimo 2 minuti; se in due minuti non vengono svolti almeno 5 item è facile ipotizzare che l'alunno NON stia stimando ma calcolando.

L'operatore deve spiegare bene che cosa ci si aspetta dal ragazzo.

Buon indicatore di abilità matematiche



FATTI, PROCEDURE E PRINCIPI

CLASSE 1ª MEDIA

Ti viene presentata una serie di operazioni già svolte nella prima colonna (Svolte), queste ti potranno aiutare a risolvere le operazioni della seconda colonna (Da calcolare). Trova rapidamente il modo di svolgere più operazioni possibile nel tempo che ti viene concesso (2 minuti).

ESEMPIO

Svolte	Da calcolare
54 + 23 = 77	53 + 23 = 76

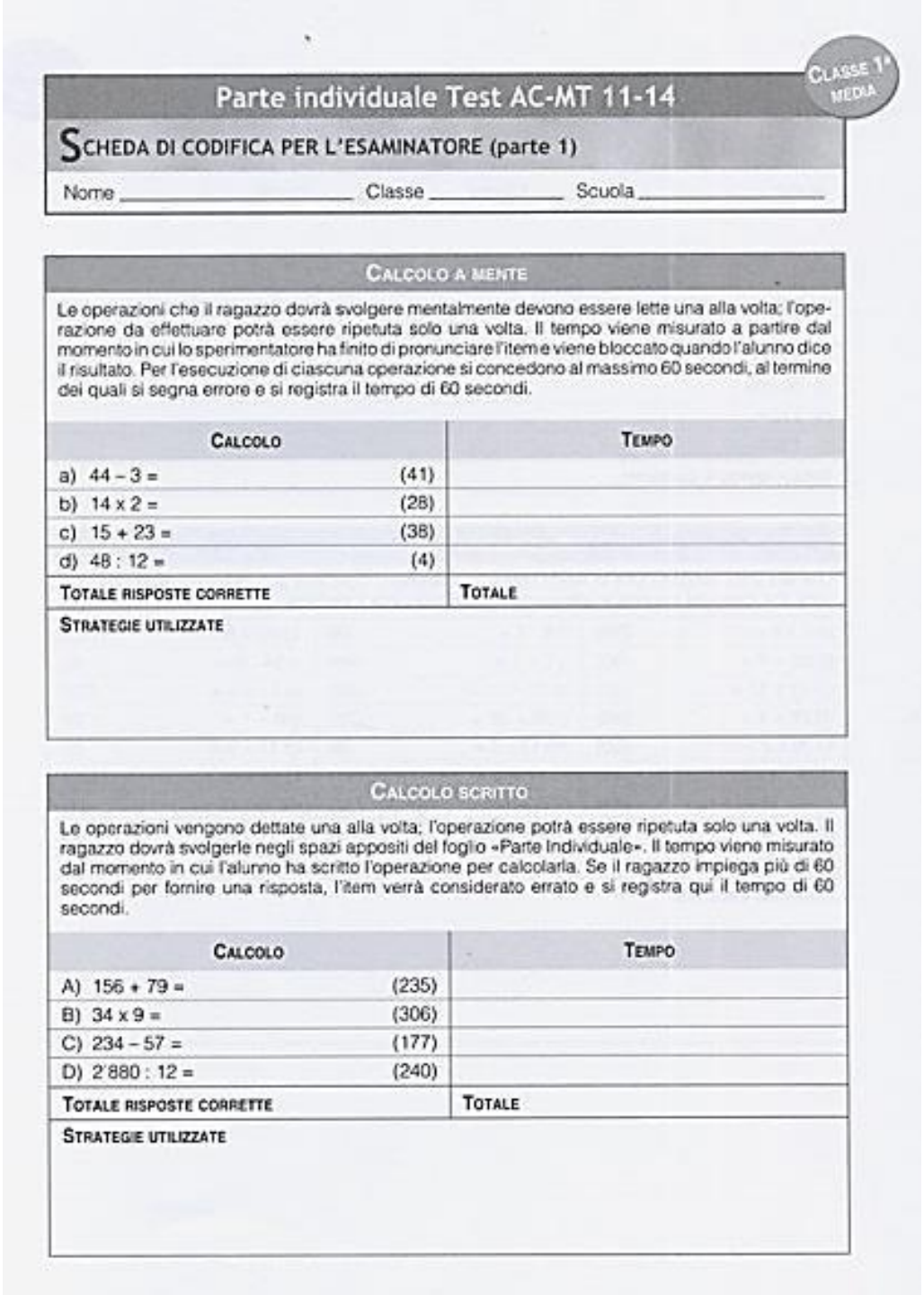
	Svolte			Da calcolare
a)	14 + 30 =	44	a)	30 + 14 =
b)	26 + 8 =	34	b)	25 + 8 =
c)	34 x 6 =	204	c)	204 : 6 =
d)	20 + 13 =	33	d)	33 – 13 =
e)	10 + 27 =	37	e)	11 + 27 =
f)	14 + 5 =	19	f)	140 + 50 =
g)	56 x 7 =	392	g)	7 x 56 =
h)	45 x 8 =	360	h)	450 x 80 =
i)	7 + 7 + 7 =	21	i)	7 x 3 =
j)	42 + 24 =	66	j)	43 + 24 =
k)	16 + 23 =	39	k)	39 – 23 =
l)	46 x 8 =	368	l)	368 : 8 =
m)	28 + 13 =	41	m)	29 + 13 =
n)	16 x 5 =	80	n)	160 x 5 =
o)	29 + 14 =	43	o)	290 + 140 =
p)	37 + 66 =	103	p)	103 – 37 =

Parte collettiva-
Fatti, procedure e principi:

Si indaga se l'alunno possiede una **sufficiente conoscenza e automazione** **(l'esercizio è a tempo: 2 minuti)** delle procedure e dei principi base dell'aritmetica.

Il ragazzo deve conoscere le proprietà commutative e le operazioni inverse.

Una serie di operazioni già svolte (colonna di sinistra) devono essere di aiuto per risolvere velocemente le operazioni della colonna di destra



Parte individuale Test AC-MT 11-14

CLASSE 1ª MEDIA

SCHEDA DI CODIFICA PER L'ESAMINATORE (parte 1)

Nome _____ Classe _____ Scuola _____

CALCOLO A MENTE

Le operazioni che il ragazzo dovrà svolgere mentalmente devono essere lette una alla volta; l'operazione da effettuare potrà essere ripetuta solo una volta. Il tempo viene misurato a partire dal momento in cui lo sperimentatore ha finito di pronunciare l'item e viene bloccato quando l'alunno dice il risultato. Per l'esecuzione di ciascuna operazione si concedono al massimo 60 secondi, al termine dei quali si segna errore e si registra il tempo di 60 secondi.

CALCOLO		TEMPO
a) 44 – 3 =	(41)	
b) 14 x 2 =	(28)	
c) 15 + 23 =	(38)	
d) 48 : 12 =	(4)	
TOTALE RISPOSTE CORRETTE		TOTALE
STRATEGIE UTILIZZATE		

CALCOLO SCRITTO

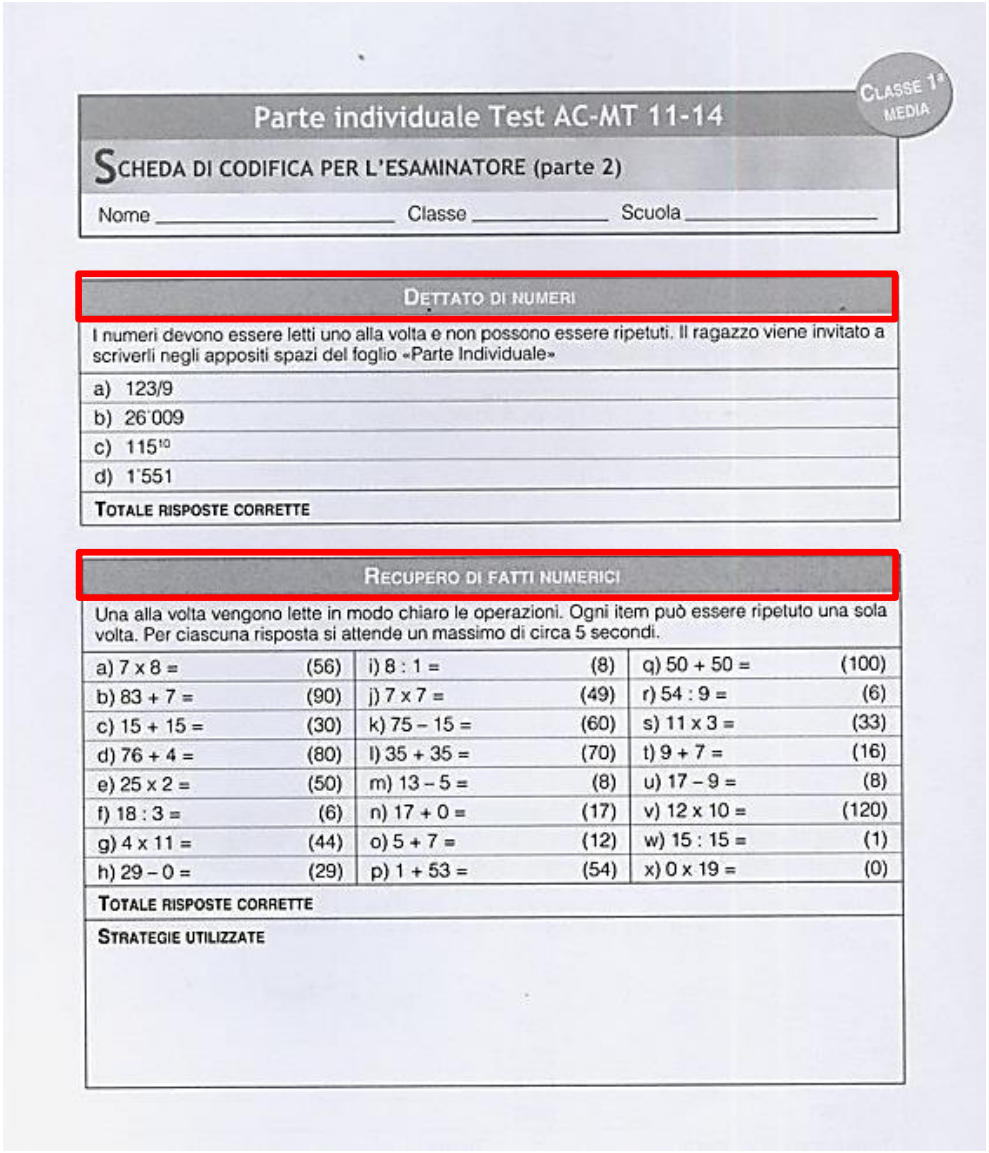
Le operazioni vengono dettate una alla volta; l'operazione potrà essere ripetuta solo una volta. Il ragazzo dovrà svolgerle negli spazi appositi del foglio «Parte Individuale». Il tempo viene misurato dal momento in cui l'alunno ha scritto l'operazione per calcolarla. Se il ragazzo impiega più di 60 secondi per fornire una risposta, l'item verrà considerato errato e si registra qui il tempo di 60 secondi.

CALCOLO		TEMPO
A) 156 + 79 =	(235)	
B) 34 x 9 =	(306)	
C) 234 – 57 =	(177)	
D) 2'880 : 12 =	(240)	
TOTALE RISPOSTE CORRETTE		TOTALE
STRATEGIE UTILIZZATE		

Parte individuale-
Calcolo a mente, calcolo scritto:

Scheda dell'operatore con i risultati.

Tempo massimo 60 secondi per item (sono 4 operazioni).
Si valuta il grado di automazione dei processi (prova a tempo) oltre alle conoscenze delle procedure e delle strategie.



Parte individuale Test AC-MT 11-14

CLASSE 1ª MEDIA

SCHEDA DI CODIFICA PER L'ESAMINATORE (parte 2)

Nome _____ Classe _____ Scuola _____

DETTATO DI NUMERI

I numeri devono essere letti uno alla volta e non possono essere ripetuti. Il ragazzo viene invitato a scriverli negli appositi spazi del foglio «Parte Individuale»

a) 123/9	
b) 26`009	
c) 115^{10}	
d) 1`551	
TOTALE RISPOSTE CORRETTE	

RECUPERO DI FATTI NUMERICI

Una alla volta vengono lette in modo chiaro le operazioni. Ogni item può essere ripetuto una sola volta. Per ciascuna risposta si attende un massimo di circa 5 secondi.

a) 7 x 8 =	(56)	i) 8 : 1 =	(8)	q) 50 + 50 =	(100)
b) 83 + 7 =	(90)	j) 7 x 7 =	(49)	r) 54 : 9 =	(6)
c) 15 + 15 =	(30)	k) 75 – 15 =	(60)	s) 11 x 3 =	(33)
d) 76 + 4 =	(80)	l) 35 + 35 =	(70)	t) 9 + 7 =	(16)
e) 25 x 2 =	(50)	m) 13 – 5 =	(8)	u) 17 – 9 =	(8)
f) 18 : 3 =	(6)	n) 17 + 0 =	(17)	v) 12 x 10 =	(120)
g) 4 x 11 =	(44)	o) 5 + 7 =	(12)	w) 15 : 15 =	(1)
h) 29 – 0 =	(29)	p) 1 + 53 =	(54)	x) 0 x 19 =	(0)

TOTALE RISPOSTE CORRETTE

STRATEGIE UTILIZZATE

Parte individuale-
Dettato di numeri, recupero di fatti aritmetici

Scheda dell'operatore con i risultati.

Nel dettato si valuta le abilità sintattiche.
Nel **recupero di fatti numerici** il tempo massimo è 5 secondi per item (deve essere un automatismo NON un calcolo)

PARTE INDIVIDUALE

Nome _____ Classe _____ Scuola _____

Calcolo scritto

Spazio per svolgere le operazioni

Dettato di numeri

a) .....

b) .....

c) .....

d) .....

Parte individuale-
Calcolo scritto, dettato di numeri

Scheda dell'alunno

Parte collettiva- Problemi aritmetici
(30 minuti circa per la risoluzione)

PROBLEMI ARITMETICI

CLASSE 1ª MEDIA

Trova il risultato dei seguenti problemi e scrivilo negli spazi appositi. Se lo ritieni necessario puoi servirti dei fogli di malacopia per svolgere i calcoli.

ESEMPIO

Preparo la cena per 4 e calcolo 80 gr di pasta a testa. Quanta pasta metto nella pentola? ....320 gr....

1. Giovanni ha 23,5 m di stoffa; ne compera poi altri 7,6 m. Quanti metri di stoffa ha in tutto Giovanni? .....

2. Mario paga un debito in tre rate: per la prima rata versa 200 euro, per la seconda rata 300 euro e per la terza quanto le prime due assieme. A quanto ammontava il debito di Mario? .....

3. Se voglio comprare una bicicletta da corsa in 3 rate da 250 euro l'una, quanti euro dovrò spendere? .....

4. Un litro d'acqua costa 0,4 euro. Andrea ne compra 5 litri. Quanti euro spende in tutto Andrea? .....

5. Avevo 6 etti di farina. Aggiungo 1 kg e 3 etti. Quanti etti di farina ho in tutto? .....

6. Un negoziante ha ricavato 2,5 euro dalla vendita di un cestino di frutta che gli era costato 1,3 euro. Quanti euro ha guadagnato in tutto il negoziante? .....

7. Nel salvadanaio di Stefano ci sono 15,5 euro. Decide di utilizzarne una parte per acquistare 5 fumetti che costano 1,3 euro ciascuno. Quanti euro rimangono nel salvadanaio di Stefano? .....

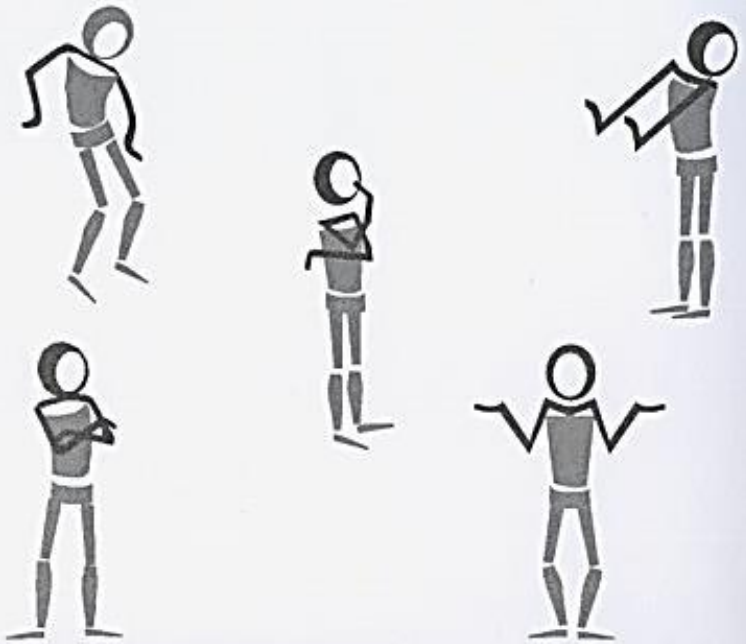
(continua)

(continua)

8. Una bottiglia piena di liquore permette di riempire otto bicchierini dalla capacità di 10 cl ciascuno e 4 bicchieri dalla capacità di 6 cl. Quanti litri di liquore contiene la bottiglia? .....

9. Un vaso contiene 68 hg di cioccolata; ne vengono tolti 1,5 kg. Quanti hg di cioccolata restano nel vaso? .....

10. Un automobilista in un mese ha fatto due volte il pieno di benzina: la prima volta di 50 litri e la seconda di 40 litri. Sapendo che la benzina costa 1,01 euro al litro, quanti euro avrà speso in tutto l'automobilista? .....



Riepilogo

		Come si calcola	Punteggio	Fascia
Parte collettiva	Esegui le seguenti operazioni			
	Espressioni aritmetiche			
	Qual è il più grande			
	Trasforma in cifre scritte			
	Completa la serie			
	Trascrivi in cifre i seguenti num.			
	Calcolo approssimativo			
	Fatti, procedure, principi			
Totali	Calcolo scritto collettivo	Esegui le seguenti operazioni + Espressioni Aritmetiche		
	Comprensione e produzione	Qual è il più grande + Trasforma in cifre scritte + Trascrivi in cifre i seguenti n.		
	Ragionamento aritmetico	Calcolo approssimativo + Fatti, procedure, principi		
	Totale Prova Collettiva	(Calcolo Scritto Collettivo x 3) + Comprensione e Produzione + Ragionamento Aritmetico		
Parte individuale	Calcolo a mente accuratezza			
	Calcolo a mente velocità			
	Calcolo scritto accuratezza			
	Calcolo scritto velocità			
	Dettato di numeri			
	Recupero di fatti numerici			
	Calcolo approssimativo			
Totali	Velocità	Calcolo a mente velocità + Calcolo scritto velocità		
	Totale Prova Individuale	Calcolo a mente accurat. x 4 + Calcolo scritto accurat. x 4 + Recupero di fatti numerici		
Problemi aritmetici				

Memocalcolo

caratteristiche	Poli, Molin, Lucangeli, Cornoldi, 2006, edizioni Erickson
	Esiste una versione cartacea (€ 22) e una versione in Cd-rom (€ 44)
	Dagli 8 anni (classe 3^ scuola Primaria) sino alle prime classi della scuola Secondaria
	Poiché l'attività si basa molto sulla ripetizione di esercizi per sviluppare gli automatismi è probabilmente consigliabile la versione informatizzata, per gli aspetti maggiormente ludici.

sperimentazione e risultati

Buia (UD)

M. Rizzi (tesi di laurea) sperimenta Memocalcolo in una scuola di Buia (UD) con 13 bambini di classe 3^, 4^ e 5^, selezionati in base alle prove AC-MT

Implementazione del programma per 1 ora e mezza alla settimana per la durata di due mesi; ogni incontro prevedeva due sedute di circa 40 minuti e pausa di 15 minuti (attività ludica).

L'attività si svolgeva fuori aula in piccoli gruppi.

Risultati positivi e statisticamente significativi :

«prova Fatti» (vedi slide successiva);

numero errori e variabile tempo nella conoscenza numerica e dettato di numeri (prova AC-MT)

Prova FATTI

Nome _____ Classe _____

Data di nascita _____ Sesso _____

4 x 6 =	6 x 7 =	6 x 9 =	7 x 6 =
7 x 8 =	8 x 6 =	8 x 7 =	8 x 9 =
9 x 4 =	9 x 6 =	9 x 7 =	9 x 8 =
6 x 8 =	4 x 9 =	7 x 9 =	6 x 4 =
4 x 7 =	8 x 2 =	7 x 4 =	7 x 2 =
11 x 4 =	10 x 2 =	25 x 2 =	25 x 4 =
9 x 2 =	3 x 4 =	5 x 8 =	3 x 5 =
5 x 3 =	4 x 2 =	2 x 5 =	3 x 9 =
8 x 3 =	5 x 4 =	3 x 6 =	5 x 6 =
6 x 6 =	4 x 4 =	5 x 5 =	3 x 3 =
16 : 4 =	9 : 9 =	15 : 5 =	50 : 10 =
44 : 11 =	8 : 2 =		
19 – 1 =	50 + 50 =	83 + 7 =	113 – 13 =
15 + 15 =	6 – 6 =	17 + 0 =	28 – 8 =
13 – 10 =	40 – 20 =	10 + 10 =	8 – 4 =
6 + 4 =	5 + 5 =	9 + 8 =	7 + 6 =
13 – 6 =	4 + 3 =	2 + 4 =	16 – 7 =
15 – 9 =	5 + 8 =	8 – 5 =	7 – 3 =
4 + 9 =	8 + 7 =	12 – 3 =	2 + 5 =
14 – 5 =	17 – 8 =	6 + 5 =	9 – 6 =

La **prova «Fatti»** deve essere somministrata in ingresso e in uscita; serve per **valutare l'efficacia del trattamento e per scegliere le aree da trattare** prioritariamente.

Esistono **dati normativi** per le classi 3^, 4^ e 5^ della scuola Primaria; per la classe 1^ della scuola Secondaria utilizzare i dati normativi della classe 5^, prevedendo però un performance alta.

-1 dev standard= area critica
-2 dev. standard= area da intervento immediato

sperimentazione e risultati

Verona

M. Caobelli (tesi di laurea) sperimenta Memocalcolo in una scuola di Verona con 12 bambini di classe 2^, 3^, 4^ e 5^, con diagnosi di DSA (5 bambini a -1 dev. standard e 7 bambini a -2 dev. standard alle prove AC-MT)

Implementazione del programma due volte a settimana per 3 mesi.

L'attività si svolgeva fuori aula in piccoli gruppi, suddivisi per aree da potenziare.

Gli interventi sono stati suddivisi in 24 unità didattiche

Risultati positivi e statisticamente significativi :

«prova Fatti» (vedi slide precedente);

numero errori e variabile tempo nella conoscenza numerica, calcolo a mente e calcolo scritto, dettato di numeri e trasformazione in cifre (prova AC-MT)

indicazioni per il trattamento	Somministrare in ingresso e in uscita la prova «Fatti»… le risposte devono essere fornite entro 3 secondi
	Attraverso la prova «Fatti» ed altre osservazioni degli insegnanti decidere da quali aree partire con il trattamento (tabelline, fatti additivi, sottrattivi, moltiplicativi, etc.)
	Utilizzare la prima sezione del programma (**Principi di calcolo**) per implementare abilità/strategie specifiche;
	Non svolgere tutta la prima sezione, ma solo la parte inerente l'area che si vuole potenziare in modo prioritario (solo le strategie relative all'addizione oppure alla sottrazione, etc.)

indicazioni per il trattamento

Inserire sempre almeno una attività di tipo maggiormente ludico, prevista dal programma

Il principio ispiratore è che il bambino deve sia capire e **avviare la memorizzazione attraverso processi controllati e consapevoli**, **sia automatizzare il fatto** e quindi occorrono:

- processi iniziali attentivo-cognitivi;
- successivi processi associativi, ripetuti con costanza e sistematicità.

indicazioni per il trattamento

Il trattamento si suddivide nelle seguenti 8 aree:

1) Principi di calcolo (proprietà degli algoritmi, casi particolari della moltiplicazione e della divisione, uso del doppio/triplo, etc.);

2) Strategie per automatizzare «fatti aritmetici» (N10, decremento/aumento ± 1, uso di 5 e 10 come snodi di calcolo, etc.);

3) Fatti additivi e sottrattivi;

4) Fatti pitagorici (tabelline);

5) Fatti moltiplicativi;

6) Uso dei Fatti per velocizzare i calcoli;

7) Attività gioco con i numeri

8) Attività di consolidamento (esercizi supplementari)

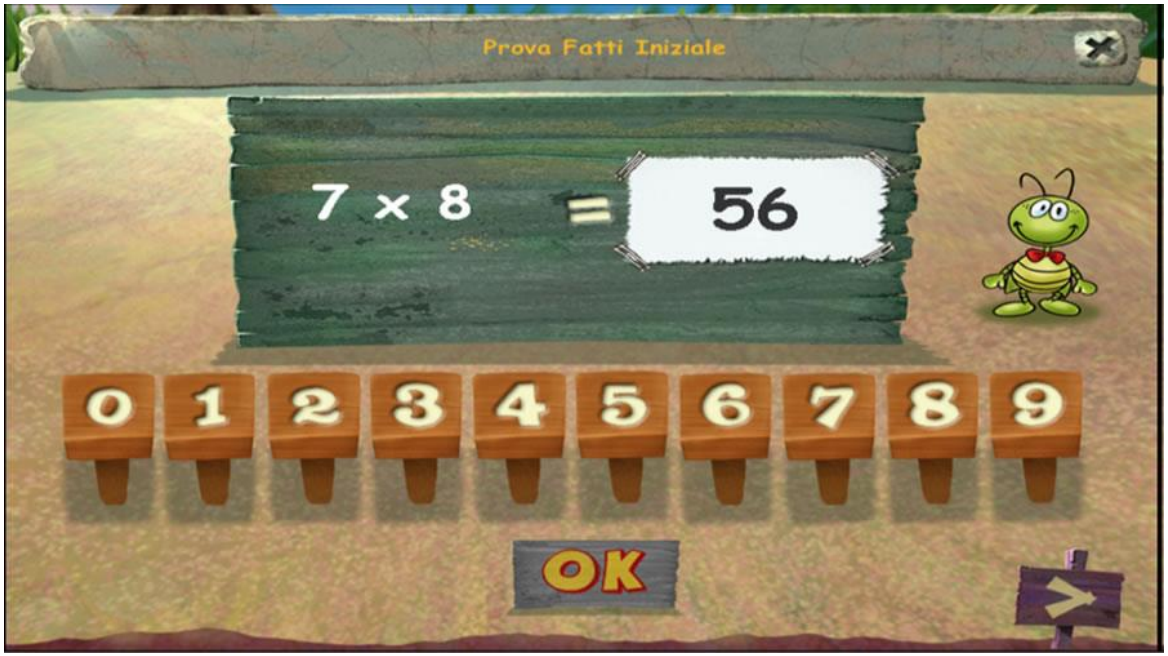
Cd-rom: Login e registrazione nuovo utente

Menù

Si noti nella schermata il pulsante per la «Prova Fatti» in ingresso e in uscita…
la possibilità di tornare all'ultimo esercizio svolto;
la «sezione due» che nella schermata è stata selezionata;
la lettera «P» rimanda alla sezione introduttiva (principi di calcolo).

Prova «fatti»

Prima di iniziare le attività di calcolo, si suggerisce di far eseguire la **«Prova fatti iniziale».** Dopo un esempio, l'alunno deve digitare o cliccare su una barra numerica il risultato di ben 78 operazioni miste (prevalentemente addizioni e moltiplicazioni, accuratamente scelte), che si succedono ogni 5 secondi.



Le 5 sezioni

Le *5 sezioni* aprono un indice da cui è possibile selezionare gli esercizi inerenti uno specifico argomento aritmetico:

1- Dal calcolo semplice ai fatti: strategie per automatizzare. In questa sezione vengono proposte alcune attività volte a sviluppare strategie semplici di calcolo con attenzione ai tempi di esecuzione (velocità) e alla correttezza.

2- Fatti additivi e sottrattivi. Le attività proposte in questa sezione tendono a sviluppare nell'alunno una riflessione metacognitiva sui diversi modi per risolvere i calcoli (addizioni e sottrazioni) e sulle possibili scelte personali.

3. Fatti pitagorici e numerazioni. Nelle attività di questa sezione viene proposta la tavola pitagorica per incrementare l'apprendimento delle tabelline. Sono presenti esercizi di vario tipo (scrittura, puzzle, filastrocche) per consolidare la memorizzazione delle numerazioni.

Le 5 sezioni

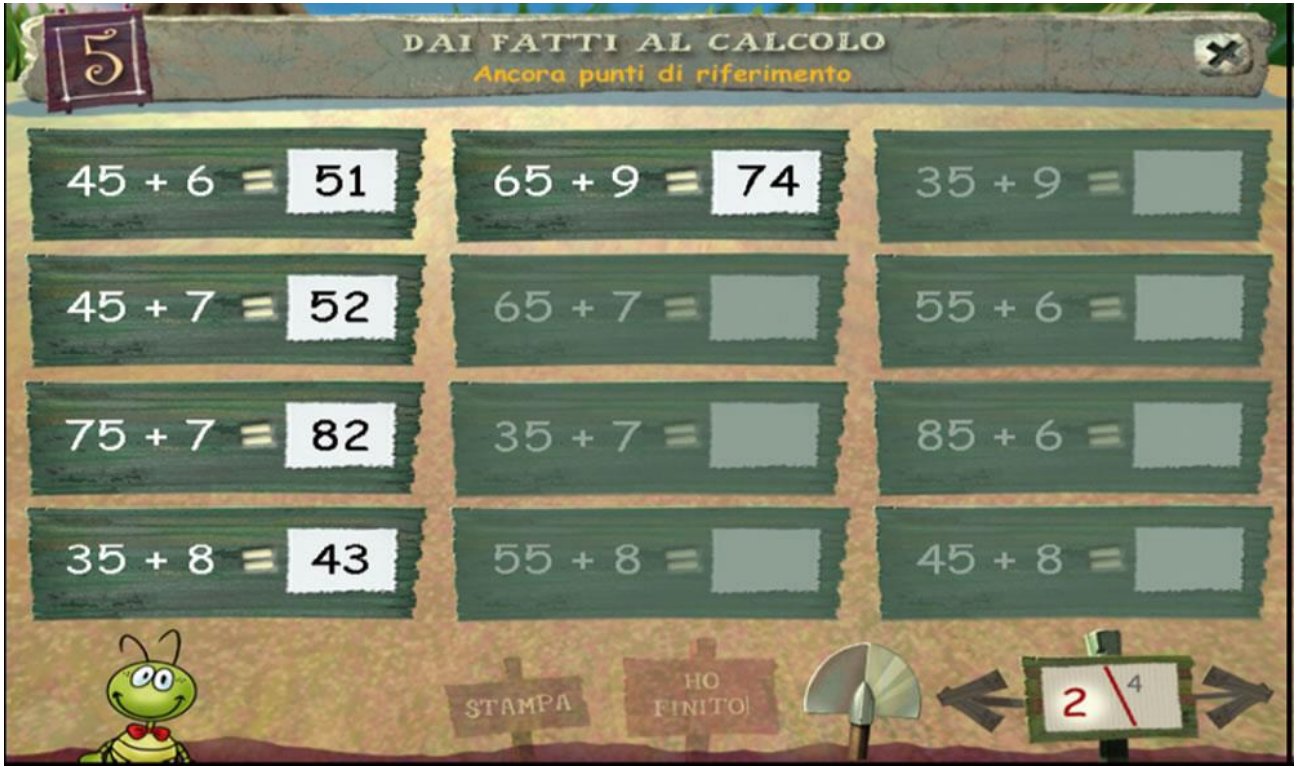
4- Fatti moltiplicativi

Questa sezione propone attività per integrare e consolidare la conoscenza dei fatti moltiplicativi attraverso il ragionamento e alcune strategie utili per calcolare e ricordare, in modo da rendere più flessibile il processo conoscitivo combinatorio.

Le 5 sezioni

5- Dai fatti al calcolo

Con le attività di questa sezione il bambino acquisisce consapevolezza del ruolo dei fatti nell'apprendimento matematico, **soprattutto nel calcolo a mente**, anche con l'estensione del calcolo di base oltre le decine.



Consolidamento e attività ludiche

- Attività di consolidamento

Si apre anche in questo caso un indice da cui è possibile accedere a esercizi di consolidamento su addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione.
Allo svolgimento di tutti gli esercizi di ogni tipologia appare una videata di autovalutazione metacognitiva per l'alunno.

- Giochi con i numeri

Si apre un indice con giochi aritmetici di vario tipo: **domino, cassaforte, labirinto, memory, sudoku.** È una sezione ludica, senza registrazione dei dati, ma che permette un ulteriore allenamento nelle abilità aritmetiche. Anche qui i giochi già svolti verranno segnalati visivamente.

Parte gestionale

Nella **parte gestionale** l'adulto può controllare i risultati di ogni studente e il tempo impiegato.

È possibile **creare degli esercizi personalizzati** e attivare le istruzioni scritte, utili in caso di ipoacusia, difficoltà di lettura (dislessia)

Il CD-ROM contiene inoltre una cartella di materiali (tratti dal software) pensati per essere utilizzati sulla lavagna interattiva multimediale (LIM).

Test SPM (Soluzione Problemi Matematici)

presentazione

Lucangeli, Tressoldi, Cendron, 1998, Erickson (arrivata alla VIII ristampa nel 2012) **€ 29**

Rispetto all'edizione cartacea il **software**, arricchito con esempi di svolgimento mirati sia per la primaria che per la secondaria di primo grado, fornisce una **veloce correzione dei problemi svolti con l'assegnazione dei relativi punteggi, l'elaborazione dei profili statistici con grafici comparativi** delle prestazioni sulle diverse somministrazioni e il loro confronto con i dati normativi. **La possibilità di ascoltare l'audio dei testi dei problemi** proposti e dei quesiti formulati rende il test di più facile somministrazione anche nel caso di **alunni con difficoltà di lettura. € 49**

Standardizzazione su 436 alunni

Test SPM (Soluzione Problemi Matematici)

punteggi

La prestazione del soggetto si confronta con i dati normativi; **una prestazione al di sotto del 10° percentile è da considerarsi insufficiente**

La batteria presenta lo svolgimento di 3 o 4 problemi (a seconda della classe frequentata)

Per il calcolo dei punteggi **si sommano i risultati ottenuti in tutti i problemi** ma ovviamente separando le diverse aree indagate (quindi vi sarà un profilo con 6 punteggi, quante sono le aree)

Le aree indagate sono 6:

Comprensione- Rappresentazione- Categorizzazione- Pianificazione- Svolgimento- Autovalutazione

Cos'è un problema?

Un PROBLEMA sorge quando un essere vivente ha una meta, ma non sa come raggiungerla (Dunker, 1935)

PROBLEMA INSIGHT

- le conoscenze sono necessarie ma non sufficienti;
- esige una "scoperta" da fare;
- la scoperta è frutto di creatività, intuizione, invenzione, ragionamento, strutturazione;
- l'attenzione è rivolta alle attività procedurali (Processo)

PROBLEMA-COMPITO

- le conoscenze sono necessarie e sufficienti;
- è l'applicazione di una "scoperta";
- è riproduzione di schemi noti, applicazione di tecniche acquisite, memorizzazione di procedimenti;
- l'attenzione è rivolta al risultato che è univocamente determinato (Prodotto)

Ostacoli per la risoluzione di un problema

4 ostacoli

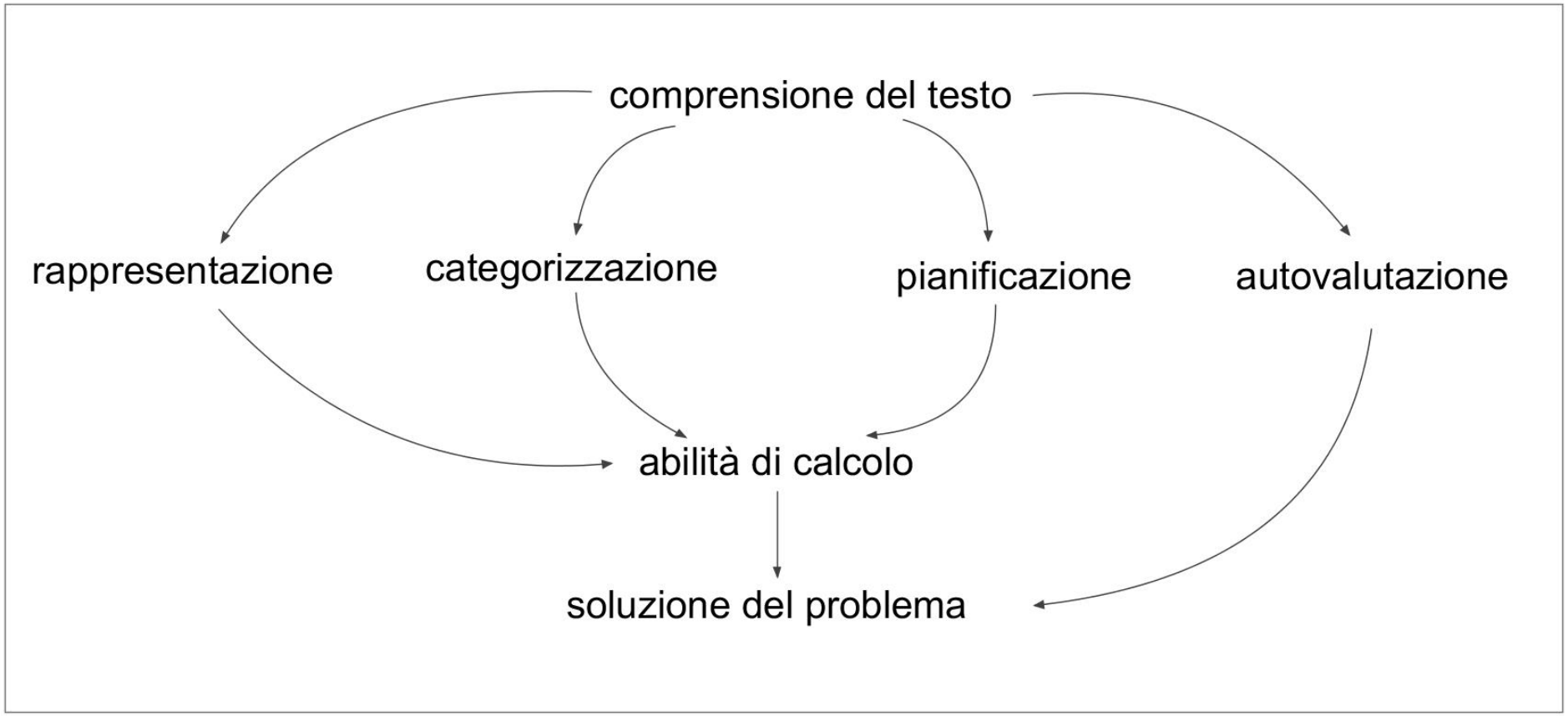
FISSITÀ FUNZIONALE = fissare l'attenzione su una funzione abituale e stereotipata di un elemento del problema

AUTOPORSI DEI LIMITI
non necessari e non richiesti dal problema

mantenere contemporaneamente presenti
TUTTE LE INFORMAZIONI che il problema fornisce

EFFETTI DELL'ABITUDINE
spesso si ripetono procedimenti tentati in precedenza, senza ricercare procedure alternative più efficaci

Abilità cognitive implicate nella risoluzione



Queste **6 abilità cognitive** portano alla risoluzione del problema e sono anche le 6 **aree indagate dal test**… ogni area avrà un punteggio e naturalmente può diventare oggetto mirato di training di potenziamento ove risulti deficitaria

Descrizione delle 6 aree

COMPRENSIONE:
capacità di cogliere le **informazioni rilevanti, scartare le informazioni irrilevanti** e di comprenderne le **relazioni quantitative**

RAPPRESENTAZIONE:
capacità di **raffigurarsi il problema mediante uno schema** in grado di strutturare e integrare le informazioni

CATEGORIZZAZIONE:
capacità di **riconoscere la categoria** generale alla quale il problema può appartenere, la struttura profonda del testo (individuare **a quale tipo di problema** appartiene)

PIANIFICAZIONE:
capacità di ricercare la strada per la soluzione, **abilità di costruire il piano di soluzione**

SVOLGIMENTO:
Risoluzione del problema vero e proprio, con le **annesse abilità di calcolo**

AUTOVALUTAZIONE:
capacità di monitorare il proprio operato

Struttura della prova

SOGGETTI:

strumento rivolto all'analisi delle difficoltà di soluzione di problemi matematici in soggetti **dalla 3ª Primaria alla 3ª scuola Secondaria**

PROVE:

batteria composta da 3 problemi per la 3ª Primaria, 4 problemi dalla 4ª Primaria alla 3ª scuola Secondaria

SOMMINISTRAZIONE:

- **in uscita alla classe indicata** o in entrata alla successiva

  es. prova di 5ª: fine 5ª (da maggio)

  inizio 1ª media (entro ottobre)

- **individuale o collettiva**
- **non è una prova a tempo** (consigliabile l'interruzione dopo un'ora e mezzo)

Attribuzione del punteggio

Punti

- **COMPRENSIONE**
- **RAPPRESENTAZIONE**
- **CATEGORIZZAZIONE**

1 risposta irrilevante o omissione (I)

2 risposta errata (E)

3 Risposta parzialmente corretta (P)

4 Risposta corretta (C)

- **PIANIFICAZIONE** → da 0 a un massimo di 5 (a seconda del problema)

  n° di fasi correttamente ordinate
  se sbaglia il primo passaggio: 0
  (non si prosegue)

- **SVOLGIMENTO** →

1 soluzione errata o problema non risolto

2 soluzione parzialmente corretta

3 procedura corretta con errore di calcolo

4 soluzione corretta

Attribuzione del punteggio (autovalutazione)

Punteggio svolgimento	Item valutazione	Punteggio autovalutazione
1	Sicuro di aver sbagliato	**3**
2	Sicuro di aver sbagliato	**3**
3	Sicuro di aver fatto giusto	**3**
4	Sicuro di aver fatto giusto	**3**
1	Incerto giusto/sbagliato	**2**
2	Incerto giusto/sbagliato	**2**
3	Incerto giusto/sbagliato	**2**
4	Incerto giusto/sbagliato	**2**
1	Sicuro di aver fatto giusto	**1**
2	Sicuro di aver fatto giusto	**1**
3	Sicuro di aver sbagliato	**1**
4	Sicuro di aver sbagliato	**1**

Il protocollo: esempio con il problema n. 1 di classe 5^ Primaria

PROBLEMA 5.1

Giulia va a comperare 4 quaderni che costano 1,25 euro l'uno. Poi compera un righello che costa 1,15 euro e una gomma che costa 1,35 euro. Alla fine il cartolaio le fa uno sconto del 10% sul totale della spesa. Quanto spende Giulia?

COMPRENSIONE

Scegli la frase con le informazioni più importanti per la soluzione del problema:

- ☐ Lo sconto fa aumentare il prezzo da pagare.
- ☐ Giulia poteva comprarsi dei quaderni che costavano di meno.
- ☐ Lo sconto fa diminuire il prezzo da pagare.
- ☐ I quaderni costano più delle altre cose.

primaria

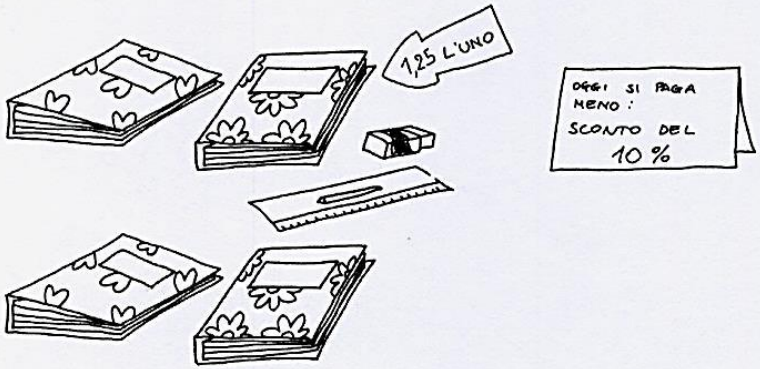
Il protocollo: esempio con il problema n. 1 di classe 5^ Primaria

Classe 5ª

RAPPRESENTAZIONE

Scegli, tra le vignette, quale rappresenta esattamente il problema.

☐

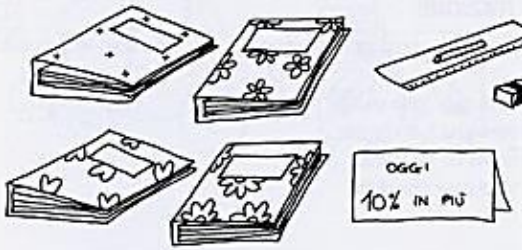


PROBLEMA 5.1

☐

☐

☐



Classe 5ª primaria

Problema 5.1

CATEGORIZZAZIONE

Quale dei seguenti problemi risolveresti come quello che stai eseguendo ora?

- ☐ Giulia consuma molti quaderni ogni mese. Quanti quaderni consumerà in un anno di scuola?
- ☐ Mario vuole comprare un pallone che costa 10 euro per regalarlo al suo amico Piero. Siccome c'era lo sconto del 5%, gli ha comperato anche due pacchetti di figurine da 50 centesimi. Quanto ha speso in tutto?
- ☐ Giulia ha comperato dei nuovi quaderni che costavano il 10% in più dell'ultima volta quando li aveva pagati 60 centesimi. Quanto spende Giulia se si prende anche una matita da 35 centesimi?
- ☐ Antonio si compera 4 quaderni da 65 centesimi e 2 gomme da 62 centesimi. Quanto spende in tutto?

PIANO DI SOLUZIONE

Prova a dire come risolveresti il problema, mettendo in ordine la sequenza, numerando le fasi dall'1 al 3:

- __ Aggiungo il prezzo della gomma e del righello.
- __ Tolgo il valore dello sconto alla spesa totale.
- __ Calcolo il prezzo dei quaderni.

SVOLGIMENTO

Esegui il problema.

AUTOVALUTAZIONE

Indica quanto sei sicuro di aver eseguito correttamente la procedura di soluzione:

- ☐ Sono certo di aver fatto giusto
- ☐ Probabilmente ho fatto giusto
- ☐ Probabilmente ho sbagliato
- ☐ Sono certo di aver sbagliato

Scheda di correzione

Classe 5ª primaria

Problema 5.1

COMPRENSIONE	RAPPRESENTAZIONE	CATEGORIZZAZIONE	PIANO DI SOLUZIONE
☐ e	☐ c	☐ i	☐ 2
☐ i	☐ i	☐ c	☐ 3
☐ c	☐ p	☐ e	☐ 1
☐ p	☐ e	☐ p	☐

Svolgimento

1,25 x 4 = 5 costo dei quaderni
5 + 1,15 + 1,35 = 7,50 prezzo totale
7,50 x 10% = 0,75 sconto
7,50 – 0,75 = 6,75 spesa di Giulia

Problema 5.2

COMPRENSIONE	RAPPRESENTAZIONE	CATEGORIZZAZIONE	PIANO DI SOLUZIONE
☐ p	☐ c	☐ i	☐ 2
☐ c	☐ p	☐ e	☐ 1
☐ i	☐ e	☐ p	☐ 3
☐ e	☐ i	☐ e	☐

Svolgimento

38,08 x 4% = 1,52 aumento
38,08 + 1,52 = 39,60 pieno con l'aumento
39,60 : 45 = 0,88 costo al litro dopo l'aumento

© 1998, Lucangeli, Tressoldi e Cendron, *SPM Soluzione dei problemi matematici*, Trento, Erickson

Protocollo di valutazione alunno

Tabella
Dati statistici standardizzati

Classe 5ª primaria

SPM/SOLUZIONE DEI PROBLEMI MATEMATICI

PROTOCOLLO DI VALUTAZIONE

Cognome _____ Nome _____

Sesso ☐M ☐F Età _____ Data del test _____

Scuola _____ Classe _____

	COMPRENSIONE	RAPPRESENTAZIONE	CATEGORIZZAZIONE	PIANIFICAZIONE	SVOLGIMENTO	AUTOVALUTAZIONE
PROBLEMA 5.1	____	____	____	____	____	____
PROBLEMA 5.2	____	____	____	____	____	____
PROBLEMA 5.3	____	____	____	____	____	____
PROBLEMA 5.4	____	____	____	____	____	____
SOMMA	____	____	____	____	____	____

		Compr.	Rappr.	Categor.	Piano	Svolgim.	Autoval.
N	*Validi*	134	134	132	134	134	128
Media		14	14	13	9	11	9
Deviazione standard		2	2	3	3	3	3
Percentili	10	12	12	8	3	6	6
	20	13	13	10	6	7	8
	30	14	14	11	7	9	8
	40	14	14	12	10	10	8
	50	15	15	14	10	12	8
	60	16	16	15	10	13	10
	70	16	16	16	11	14	10
	80	16	16	16	13	14	12
	90	16	16	16	13	16	14

Annotazioni: _____

© 1998, Lucangeli, Tressoldi e Cendron, *SPM/Soluzione dei problemi matematici*, Trento, Erickson

Dati statistici

CLASSE 5ª PRIMARIA

		Compr.	Rappr.	Categor.	Piano	Svolgim.	Autoval.
N	*Validi*	134	134	132	134	134	128
Media		14	14	13	9	11	9
Deviazione standard		2	2	3	3	3	3
Percentili	10	12	12	8	3	6	6
	20	13	13	10	6	7	8
	30	14	14	11	7	9	8
	40	14	14	12	10	10	8
	50	15	15	14	10	12	8
	60	16	16	15	10	13	10
	70	16	16	16	11	14	10
	80	16	16	16	13	14	12
	90	16	16	16	13	16	14

Esempio di protocollo

Esempio di Luca – classe 4ª primaria

TABELLA DI VALUTAZIONE										
COMPONENTE	MEDIA	DEV. ST.	PERCENTILI								
			10	20	30	40	50	60	70	80	90
Comprensione	12,96	2,2	9	11	12	13	13	14.	14	15	15
Rappresentazione	13,95	2,5	10	11	12.	13	14	15	16	16	16
Categorizzazione	11,29	2,9	7	9	10.	11	11	12	13	14	15
Pianificazione	7,027	4,3	1.	2	3	5	6	7	9	11	13
Svolgimento	9,889	3,4	5.	6	7	8	9	10	11	13	15
Autovalutazione	7,824	2,7	4	6	7.	8	8	8	8	9	12

In questo **«protocollo-esempio»** l'alunno presenta difficoltà nelle **aree della Pianificazione e dello Svolgimento**, quindi sono le aree che devono essere trattate prioritariamente.

Risolvere problemi in 6 mosse

caratteristiche

De Candia, Cibinel, Lucangeli, Erickson, 2009, € 21 (Cd-rom € 44)

Potenziamento del problem solving matematico per il secondo ciclo della scuola Primaria

I **contenuti** sono realizzati tenendo conto dei Programmi ministeriali

Il programma è strettamente collegato al Test SPM (potenziamento delle 6 aree valutate con il test)

caratteristiche

Il programma si sviluppa in **due parti**

Nella **prima parte** viene esercitato l'intero flusso delle componenti coinvolte (**comprensione, rappresentazione, categorizzazione, piano di soluzione, svolgimento, autovalutazione**)

I problemi sono stati strutturati con **un ordine variabile nella presentazione delle componenti**, cioè il bambino è **guidato nel processo solutorio** a partire da diversi punti del flusso

I problemi sono stati costruiti **su livelli di difficoltà crescenti**

Contenuti

- **Problemi** con le quattro operazioni
- Problemi con il calcolo frazionario
- Problemi con i numeri decimali
- Problemi con le misure di lunghezza, capacità e peso
- Problemi con il peso netto, peso lordo e tara
- Problemi di compravendita

Il bambino

viene seguito

nel suo lavoro

da due FIGURE GUIDA:

Le icone e i simboli

Il GUFO, animale saggio nell'immaginario collettivo, **fornisce istruzioni e le consegne sul lavoro da svolgere** ed è presente nelle situazioni in cui viene effettuata una richiesta di questo tipo.

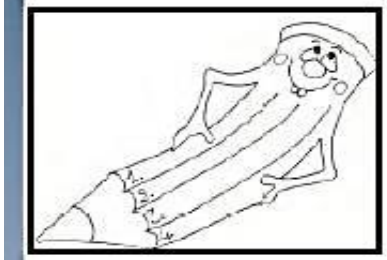
La VOLPE, animale che rappresenta la furbizia, segue il bambino attraverso le sue indicazioni che sono volte a **stimolare la riflessione metacognitiva, fornisce anche indicazioni volte ad attivare processi di automonitoraggio** sul compito e autovalutazione della prestazione.

Le icone e i simboli

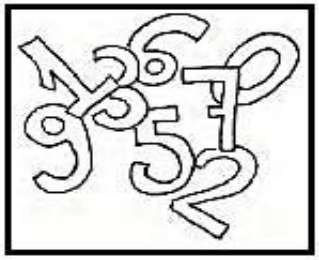
Le varie componenti del flusso sono rappresentate da alcune **ICONE**:

Quest'immagine ricorre quando vengono proposti degli esercizi volti ad allenare la componente della **COMPRENSIONE**.

Le Scale rappresentano la componente relativa al **PIANO DI SOLUZIONE**.



La Matita indica la componente della **RAPPRESENTAZIONE.**



I numeri indicano la fase dello **SVOLGIMENTO**

Il Bersaglio propone attività sulla **CATEGORIZZAZIONE.**

Lo specchio indica la fase dell'**AUTOVALUTAZONE**

La seconda parte del programma

caratteristiche

Nella seconda parte del programma vengono proposte **attività di approfondimento nelle diverse componenti in modo specifico e separato**

Le attività sono proposte secondo due modalità:

Attività individuale

Attività in piccolo gruppo o a coppie

Vi sono anche proposte aggiuntive (idee operative) per l'insegnante contrassegnate da un'icona specifica

Obiettivi della seconda parte

COMPRENSIONE 1A

Ruolo della domanda e analisi dei dati

- ❑ Selezionare i dati in base alla domanda del problema
- ❑ Individuare informazioni superflue
- ❑ Distinguere dati rilevanti da quelli irrilevanti e incongruenti
- ❑ Selezionare i dati in base alla domanda

COMPRENSIONE 1B

I quantificatori

- ❑ Riconoscere che vi sono quantificatori diversi ma con identico significato
- ❑ Utilizzare i diversi quantificatori con identico significato
- ❑ Utilizzare i termini con significato esplicito e implicito
- ❑ Scoprire ed evidenziare i quantificatori all'interno di un problema

Obiettivi della seconda parte

RAPPRESENTAZIONE

- Rappresentare la **struttura verbale e la struttura profonda** (logico-matematica) del problema attraverso vignette
- Rappresentare la struttura verbale e la struttura profonda (logico-matematica) del problema attraverso simboli

CATEGORIZZAZIONE

- Riconoscere l'utilizzo delle 4 operazioni in relazione al problema proposto
- Saper riconoscere la struttura di diversi problemi (problema che si risolve con addizioni, sottrazioni, etc.

PIANO DI SOLUZIONE

- Costruire passo dopo passo un piano di soluzione
- Riconoscere e operare con problemi ove vi è più di un piano di risoluzione
- Giocare a cambiare/ricostruire/invertire piani di soluzione

Obiettivi della seconda parte

SVOLGIMENTO

- ❑ Utilizzare correttamente il segno delle operazioni
- ❑ Individuare gli errori che possono contenere le operazioni
- ❑ Risolvere problemi seguendo percorsi risolutivi diversi
- ❑ Risolvere problemi contenenti più operazioni apprendendo semplici strategie

AUTOVALUTAZIONE

- ❑ Prevedere la difficoltà del problema
- ❑ Prevedere la propria possibilità di riuscita
- ❑ Monitorare lo svolgimento della pianificazione

Sperimentazione del trattamento

caso singolo

Luca, età 11 anni→ dislessia e cadute significative in ambito matematico

AC-MT deficit specifico nel recupero di «fatti numerici»

SPM < 10° percentile in Svolgimento e Rappresentazione, 20° percentile in Pianificazione, 30° percentile in Categorizzazione.

Svolgimento: corretta la scelta delle operazioni, sbaglia nei calcoli

Trattamento:

«Memocalcolo» per i «Fatti aritmetici»

Potenziamento delle seguenti aree: Comprensione- Categorizzazione- Pianificazione

8 incontri di un'ora a maggio; ripresa a luglio e settembre

Sperimentazione del trattamento: risultati

Percentili	Comprens.	Rappres.	Categoriz.	Pianific.	Svolgim.	Autoval.
Pre	40°	10°	30°	20°	10°	50°
Post	90°	40°	90°	60°	10°	10°

COMMENTO

Migliorano le aree trattate.

L'autovalutazione cala ma in entrata denotava una sopravalutazione del soggetto sulle proprie abilità… ora il bambino è più consapevole e diventa quasi «troppo esigente» rispetto a sé stesso (sperava di ottenere miglioramenti più evidenti)

Lo svolgimento rimane carente ma gli errori si confermano a carico del sistema di calcolo poiché la **scelta delle operazioni da svolgere è corretto.**

Il **lavoro con Luca è servito per mettere a punto diverse schede del programma** che era ancora in fase di elaborazione/completamento/sperimentazione (Luca è stato un «tester»)

Sperimentazione del trattamento

gruppo classe

143 soggetti (provincia di Treviso) di classe 3^, 4^ e 5^ scuola Primaria

70 alunni gruppo sperimentale, 73 alunni gruppo di controllo
(individuati con somministrazione delle SPM)

Trattamento (versione cartacea)

Classe 3^ = 12 ore

Classe 4^ = 16 ore

Classe 5^ = 12 ore

Gli alunni hanno lavorato per gruppi di 2/3 alunni, suddivisi a seconda delle attività che dovevano svolgere (personalizzate a secondo del loro profilo SPM)

Sperimentazione del trattamento: risultati

gruppo classe

Le insegnanti sono state formate e hanno svolto da supporto attivo all'attività, assieme alle esperte del programma di Trattamento

In ogni classe trattata i **dati statistici riportano indici significativi per il miglioramento rispetto al gruppo di controllo** (media delle prestazioni)

Ulteriore indice (vedi diapositiva seguente)

Numero di alunni che riesce a migliorare di almeno 10 punti percentile e supera la soglia critica del <10° percentile

Sperimentazione del trattamento: risultati

Classe terza

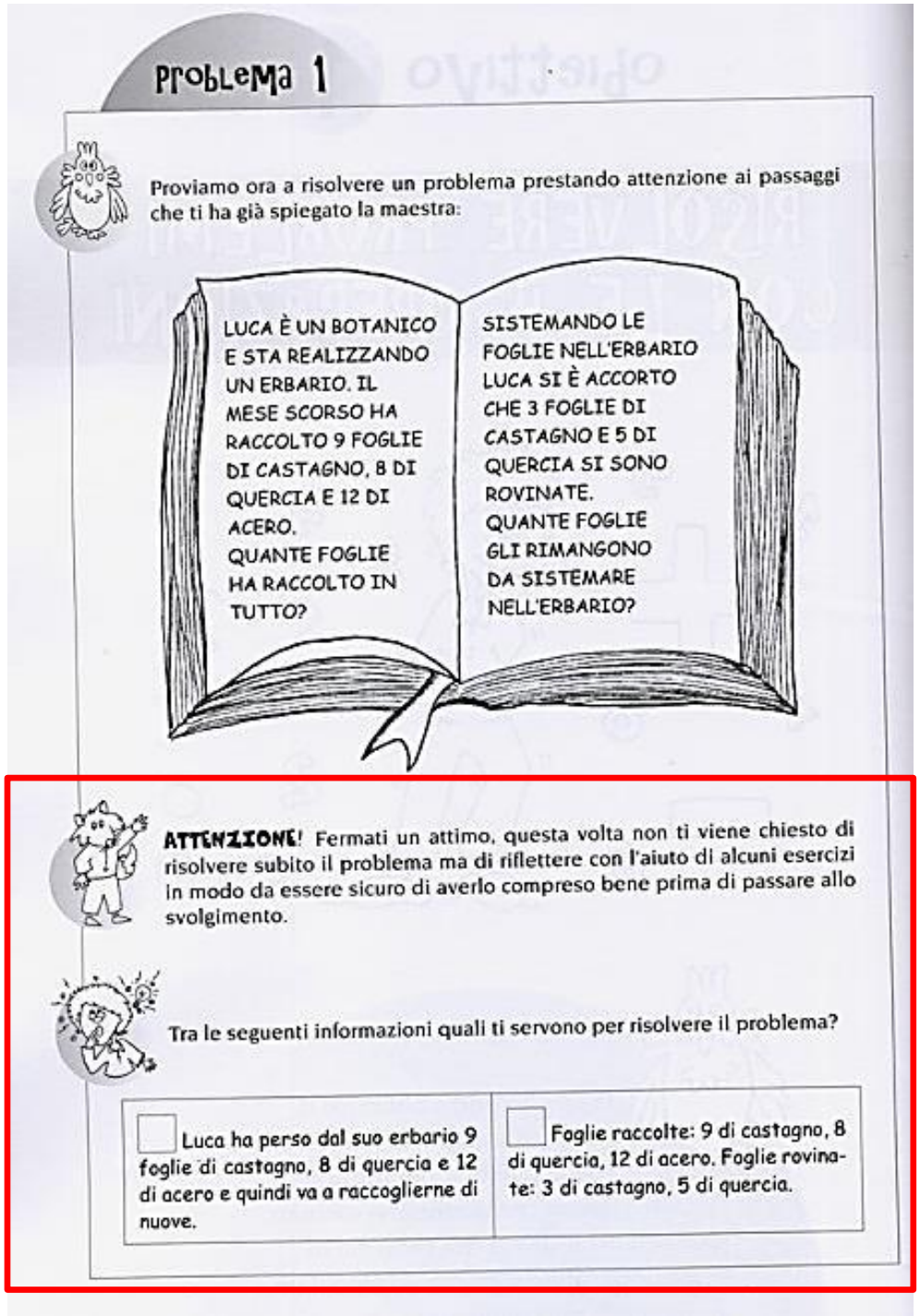
Soggetti <10° percentile	Comprens.	Rappres.	Categoriz.	Pianific.	Svolgim.	Autoval.
Pre	4	8	7	6	24	12
Post	0	1	1	2	5	3

Classe quarta

Soggetti <10° percentile	Comprens.	Rappres.	Categoriz.	Pianific.	Svolgim.	Autoval.
Pre	0	3	7	4	18	10
Post	0	0	0	4	8	0

Classe quinta

Soggetti <10° percentile	Comprens.	Rappres.	Categoriz.	Pianific.	Svolgim.	Autoval.
Pre	4	4	7	2	15	7
Post	0	0	1	0	2	1



Problema 1

Proviamo ora a risolvere un problema prestando attenzione ai passaggi che ti ha già spiegato la maestra:

LUCA È UN BOTANICO E STA REALIZZANDO UN ERBARIO. IL MESE SCORSO HA RACCOLTO 9 FOGLIE DI CASTAGNO, 8 DI QUERCIA E 12 DI ACERO. QUANTE FOGLIE HA RACCOLTO IN TUTTO?

SISTEMANDO LE FOGLIE NELL'ERBARIO LUCA SI È ACCORTO CHE 3 FOGLIE DI CASTAGNO E 5 DI QUERCIA SI SONO ROVINATE. QUANTE FOGLIE GLI RIMANGONO DA SISTEMARE NELL'ERBARIO?

ATTENZIONE! Fermati un attimo, questa volta non ti viene chiesto di risolvere subito il problema ma di riflettere con l'aiuto di alcuni esercizi in modo da essere sicuro di averlo compreso bene prima di passare allo svolgimento.

Tra le seguenti informazioni quali ti servono per risolvere il problema?

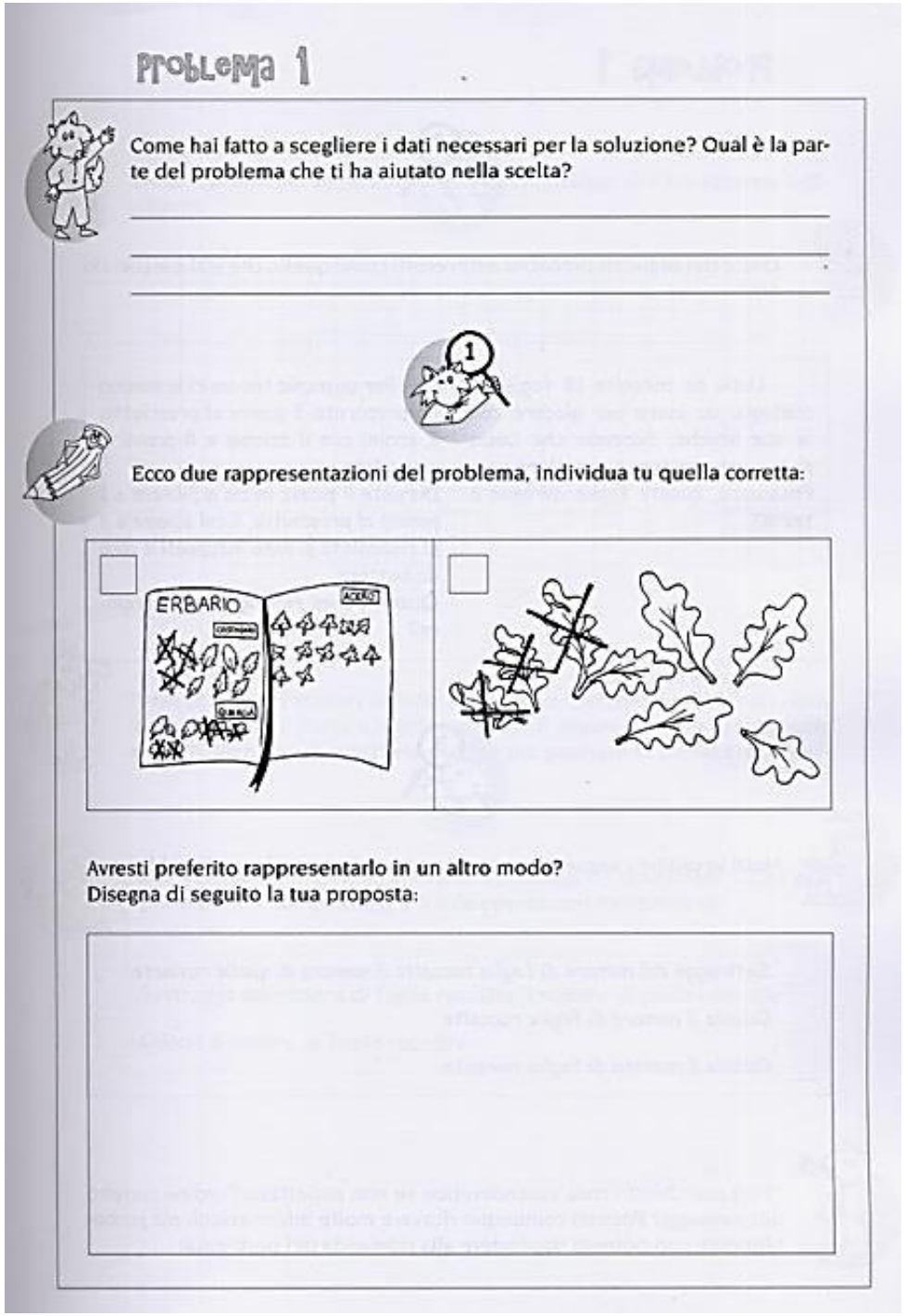
☐ Luca ha perso dal suo erbario 9 foglie di castagno, 8 di quercia e 12 di acero e quindi va a raccoglierne di nuove.	☐ Foglie raccolte: 9 di castagno, 8 di quercia, 12 di acero. Foglie rovinate: 3 di castagno, 5 di quercia.

Prima parte

I problemi proposti sono più di 30 (suddivisi per obiettivi e graduati per difficoltà).

Il flusso delle attività è proposto integralmente ma sempre con un ordine di svolgimento diverso.

Nell'esempio un'attività che richiede di **selezionare i dati salienti tra due possibili proposte.**



Problema 1

Come hai fatto a scegliere i dati necessari per la soluzione? Qual è la parte del problema che ti ha aiutato nella scelta?

Ecco due rappresentazioni del problema, individua tu quella corretta:

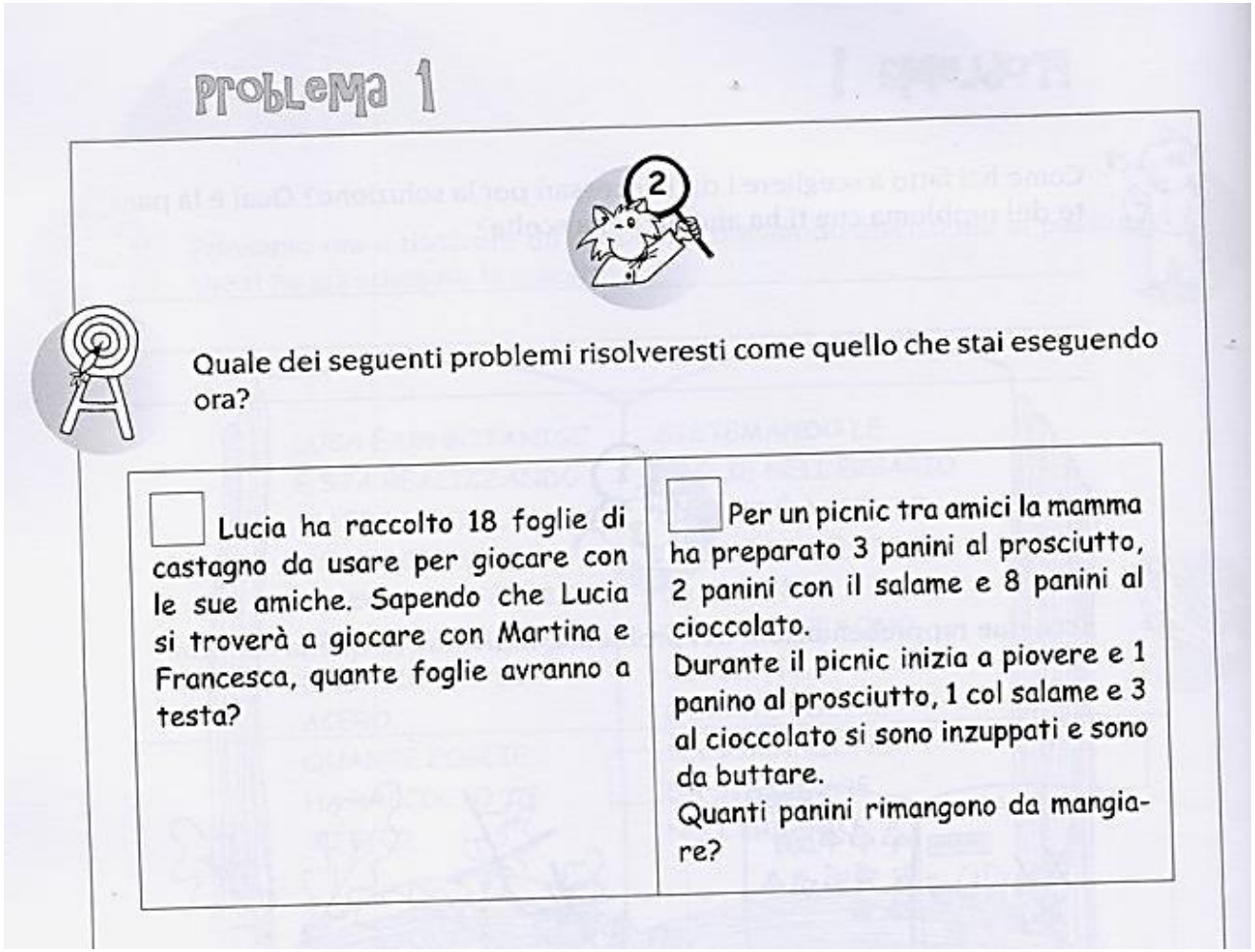
Avresti preferito rappresentarlo in un altro modo?
Disegna di seguito la tua proposta:

Prima parte

Nella parte alta della scheda una riflessione metacognitiva.

Nella parte in centro della scheda un esercizio di **Rappresentazione** attraverso uso di vignette… in questo caso **l'alunno non produce ma riconosce la vignetta che gli sembra più adatta.**

Nella parte in basso l'alunno prova **a produrre una rappresentazione** autonomamente.



PROBLEMA 1

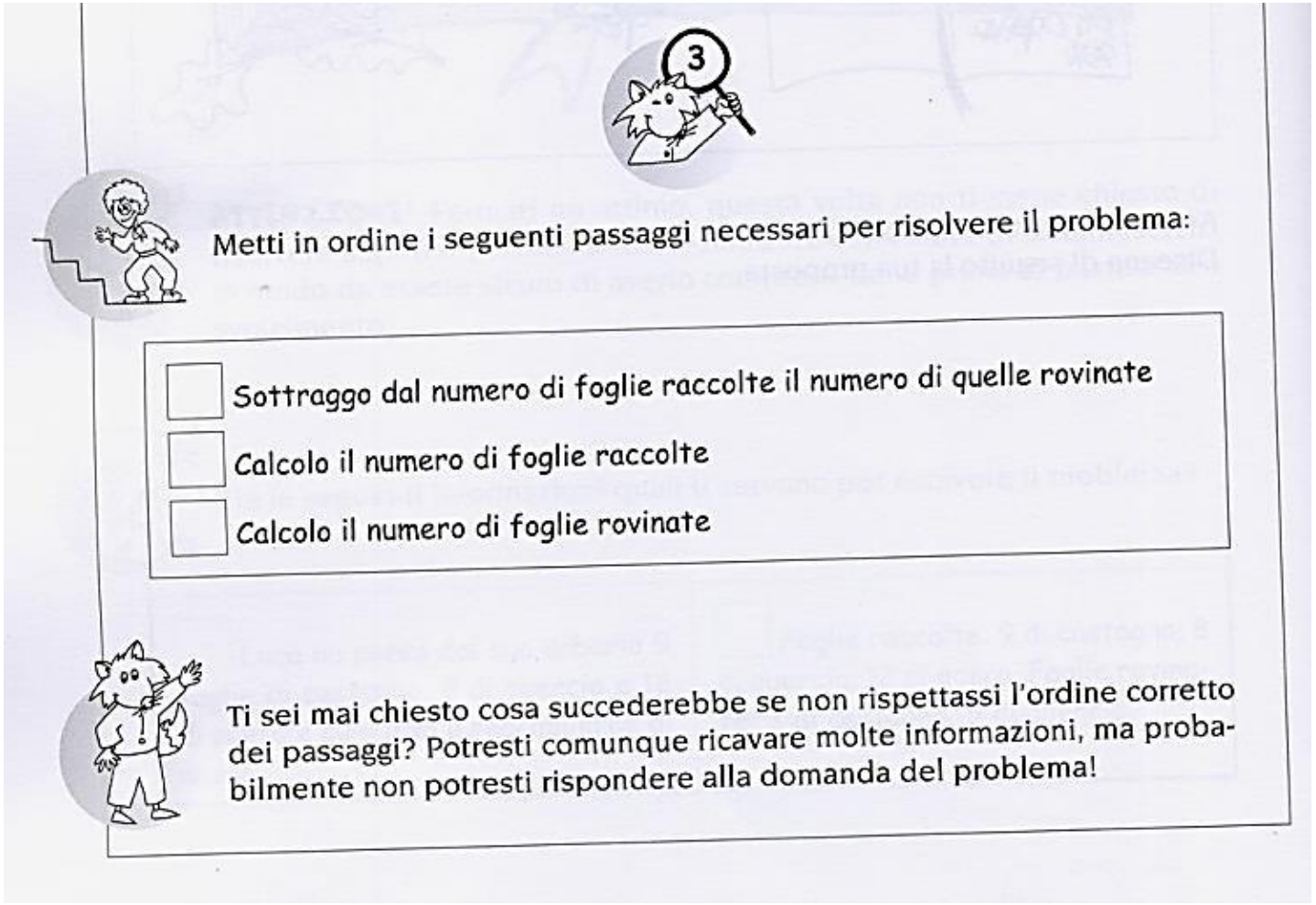
Quale dei seguenti problemi risolveresti come quello che stai eseguendo ora?

☐ Lucia ha raccolto 18 foglie di castagno da usare per giocare con le sue amiche. Sapendo che Lucia si troverà a giocare con Martina e Francesca, quante foglie avranno a testa?

☐ Per un picnic tra amici la mamma ha preparato 3 panini al prosciutto, 2 panini con il salame e 8 panini al cioccolato.
Durante il picnic inizia a piovere e 1 panino al prosciutto, 1 col salame e 3 al cioccolato si sono inzuppati e sono da buttare.
Quanti panini rimangono da mangiare?

Prima parte

Esercizio di **Categorizzazione** (individuare **un problema che si risolve con il medesimo «schema risolutorio»**).



3

Metti in ordine i seguenti passaggi necessari per risolvere il problema:

- ☐ Sottraggo dal numero di foglie raccolte il numero di quelle rovinate
- ☐ Calcolo il numero di foglie raccolte
- ☐ Calcolo il numero di foglie rovinate

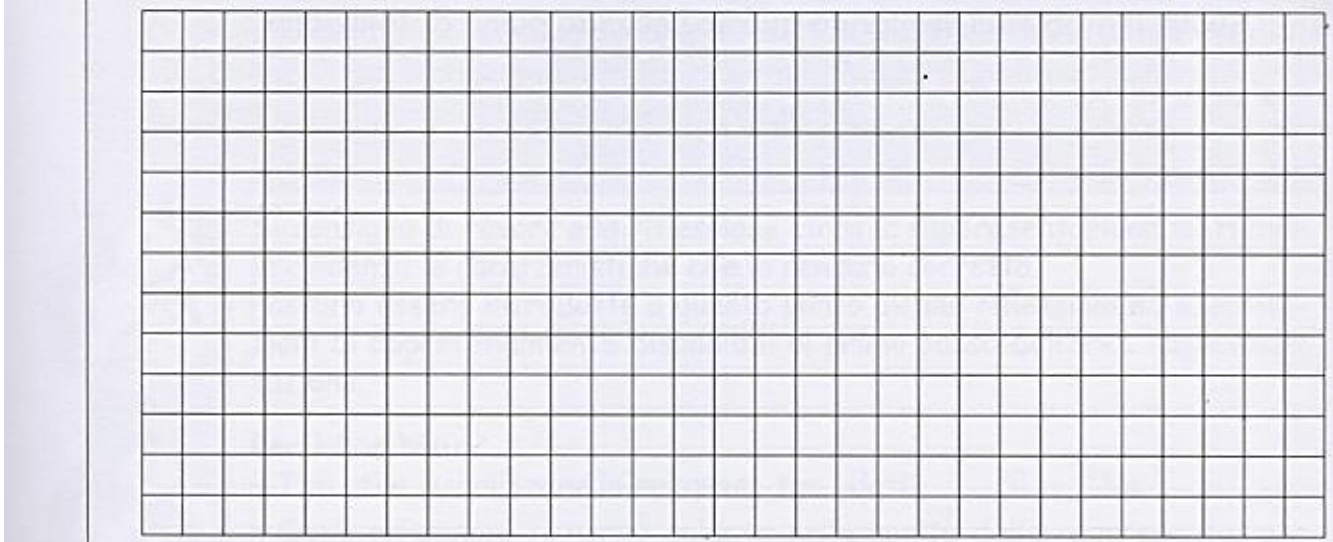
Ti sei mai chiesto cosa succederebbe se non rispettassi l'ordine corretto dei passaggi? Potresti comunque ricavare molte informazioni, ma probabilmente non potresti rispondere alla domanda del problema!

Prima parte

Esercizio di **Pianificazione** **(mettere in ordine delle procedure già fornite all'alunno)**

Problema 1

Svolgi il problema seguendo l'ordine dei passaggi che hai appena individuato.



Prima parte

Spazio per la risoluzione del problema

Forse te ne sarai accorto da solo: è possibile risolvere il problema anche in un altro modo! Prova a riordinare anche il seguente piano di soluzione e rifletti: un piano di soluzione diverso per risolvere lo stesso problema!

Nella versione precedente avevamo 3 passaggi e 3 operazioni… Qui, per i più esperti, 2 soli passaggi e 2 sole operazioni! Riordinali tu:

- ☐ Sottraggo dal numero di foglie raccolte il numero di quelle rovinate
- ☐ Calcolo il numero di foglie raccolte

Prima parte

Esercizio di Pianificazione (mettere in ordine delle procedure già fornite all'alunno)…

Esercizio metacognitivo: riflettere sul fatto che **un problema può essere risolto in più modi (con più o meno passaggi)**

ESERCIZI PER GLI ALUNNI

Di seguito troverai alcuni problemi, alcuni sono POSSIBILI altri IMPOSSIBILI; individuali e segnala anche il dato che manca in quelli impossibili.

Problema	Possibile	Impossibile	Dato mancante
Se per fare un tovagliolo occorrono 20 centimetri di stoffa, quanti tovaglioli si possono confezionare con 2 metri di stoffa?			
La cugina di Lorenzo colleziona francobolli, ne ha 450 di italiani e 340 di stranieri. Se in ogni pagina del bollario ci stanno 40 francobolli, quanti bollari le serviranno per contenere tutti i suoi francobolli?			
Con 81 rose si devono preparare nove mazzi uguali. Quante rose avrà ciascun mazzo?			
Un pasticcere deve disporre 36 paste in tre vassoi. Quante file di paste farà per ogni vassoio?			
Chiara deve scrivere un riassunto di 300 parole. Quante righe scriverà?			

Seconda parte

Nella seconda parte si affronta in modo più specifico ogni area del flusso separatamente.

Questo è un esercizio dell'area «Comprensione».
Si lavora sui dati (un problema può essere impossibile da risolvere se i dati sono incompleti)

PRIMO PASSO

Ora ti presenterò dei problemi, sta a te formulare una risposta CORRETTA, una IRRILEVANTE e una IMPOSSIBILE, leggi prima l'esempio.

ESEMPIO: Luca va da Padova a Treviso in macchina, percorre 40 chilometri e la benzina costa un euro al litro.

Quanto spende per il viaggio? - CORRETTA
Come si chiama il fratello di Luca? - IRRILEVANTE
Quanto tempo ci mette ad arrivare? - IMPOSSIBILE (manca il dato della velocità)

1. La zia acquista 8 piante di basilico a 50 centesimi l'una.

CORRETTA	
IRRILEVANTE	
IMPOSSIBILE	

2. Simone ha 12 macchinine e ne regala 3 a Giacomo.

CORRETTA	
IRRILEVANTE	
IMPOSSIBILE	

3. Il giardiniere ha piantato 5 gerani bianchi, 6 rossi e 8 rosa.

CORRETTA	
IRRILEVANTE	
IMPOSSIBILE	

4. La nonna ha comprato 12 frittelle per i suoi 4 nipoti.

CORRETTA	
IRRILEVANTE	
IMPOSSIBILE	

Seconda parte

Questo è un esercizio dell'area «Comprensione».

Si richiede all'alunno di **produrre delle domande in modo ludico perché alcune domande devono essere appropriate, altre irrilevanti ed altre ancora impossibili** da risolvere per mancanza di dati

SECONDO PASSO

Scoprire i quantificatori con significato equivalente

PROPOSTE PER L'INSEGNANTE

L'insegnante inviterà i bambini a fare un passo in avanti riassumendo quanto appreso precedentemente: «Nel primo passo abbiamo scoperto cosa sono i quantificatori e ne abbiamo incontrati parecchi! Sono tanti, vero? Ti sembra difficile ricordarli tutti? Non ti preoccupare... In questo secondo passo ti voglio proprio insegnare delle piccole strategie per ricordarli con più facilità... Scopri come completando i seguenti esercizi!».

ESERCIZI PER GLI ALUNNI

Leggi le frasi e riporta il prezzo secondo le indicazioni come nell'esempio.

ESEMPIO

CIASCUN orologio costa 10 euro

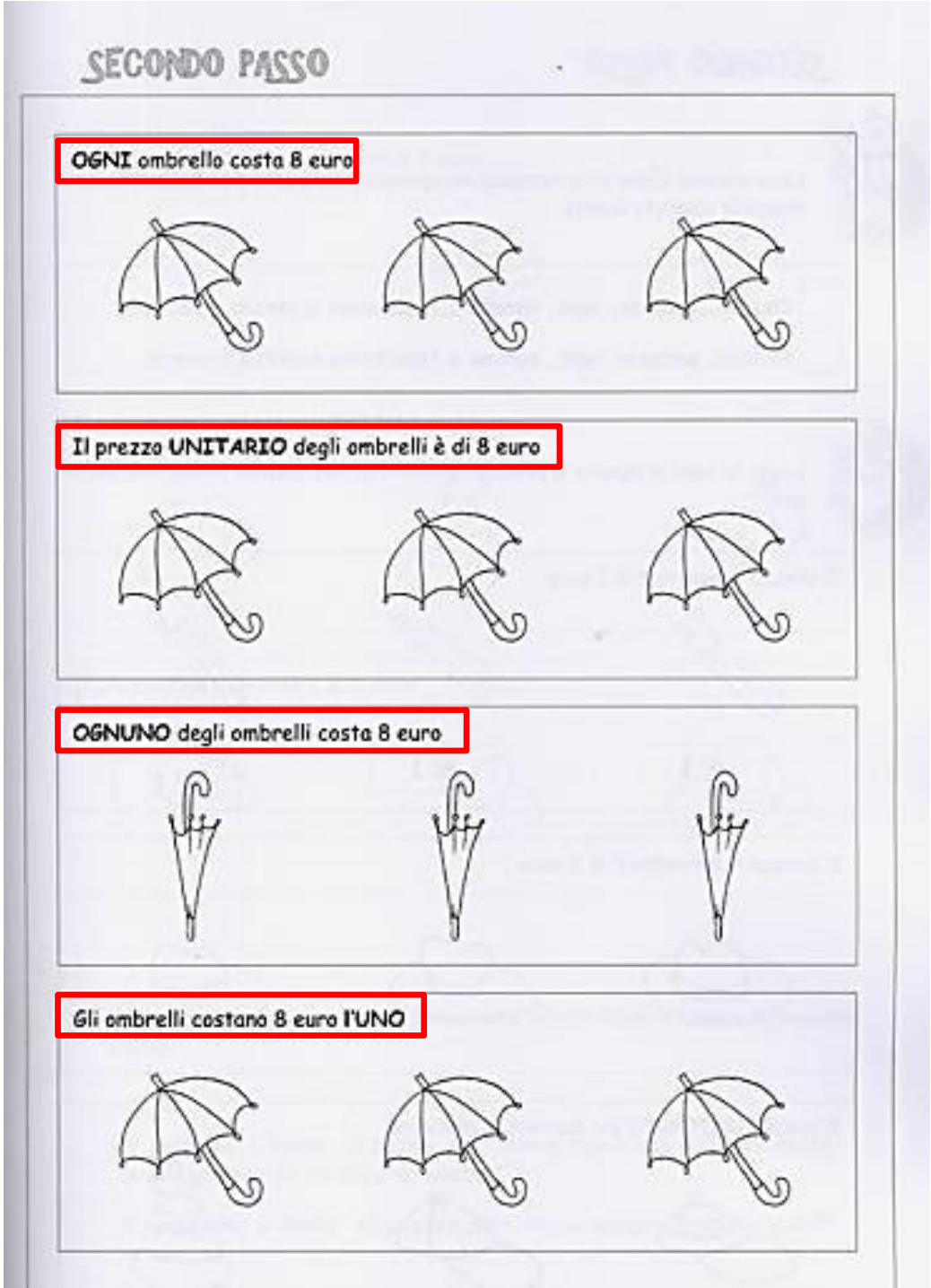
CIASCUN ombrello costa 8 euro

Seconda parte

Questo è un esercizio dell'area «Comprensione».

Si richiede all'alunno di riflettere ed imparare a **riconoscere dei «quantificatori»** che, pur essendo diversi, significano la stessa cosa **(sinonimi)**

Vedi scheda seguente



Seconda parte

Questo è un esercizio dell'area «Comprensione».

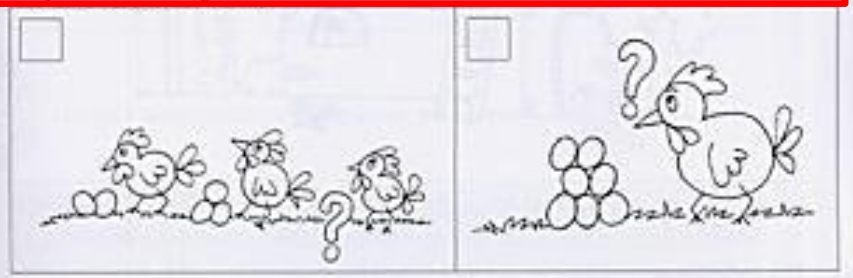
Si richiede all'alunno di riflettere ed imparare a **riconoscere dei «quantificatori»** che, pur essendo diversi, significano la stessa cosa **(sinonimi)**

PRIMO PASSO

ESERCIZI PER GLI ALUNNI

Ora prova tu a identificare, dopo aver letto con attenzione il testo del problema, la rappresentazione-vignetta più efficace.

In un pollaio una gallina fa 2 uova, una seconda gallina ne fa 3, la terza ne fa 2 in più della somma totale delle uova fatte dalle prime due. Quante uova ha deposto la terza gallina?



Con l'aiuto dell'insegnante, confronta la tua scelta con quella dei tuoi compagni. Ricordate il problema di partenza ed elencate qui di seguito i motivi per cui una delle due vignette è più efficace dell'altra:

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

Leggi ora con attenzione il testo di questo problema e cancella con una «X» i dettagli irrilevanti ai fini della risoluzione del problema.

Per coprire un tetto un operaio ha bisogno di 250 tegole. Ne aveva messe 18 prima che iniziasse a piovere. Quante tegole gli rimangono da mettere?

Seconda parte

Questo è un esercizio dell'area della «Rappresentazione».

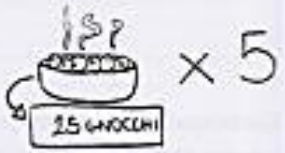
Si richiede all'alunno di **individuare la vignetta** che meglio rappresenta la struttura logico-matematica del problema.

ESERCIZI PER GLI ALUNNI

Leggi il testo del problema e poi osserva bene le due vignette riportate sotto:

Zia Alessandra per pranzo ha 5 invitati: decide di preparare gli gnocchi per tutti. Per ogni invitato prepara 25 gnocchi. Quanti gnocchi preparerà in tutto?

Che buoni gli gnocchi! Ma che fatica rappresentarli uno ad uno! Alla fine passa pure la voglia di mangiarli!
Esiste un modo più semplice, ma soprattutto rapido ed economico, per rappresentare il problema?
Osserva la vignetta qui sotto:



× 5

Stesso problema, stessi dati... in molto meno tempo! E quanta fatica in meno!

Che ne dici? Ti sembra efficace questa rappresentazione?

Prova tu ora a «economizzare» il tempo: trova la modalità più veloce ed efficace per rappresentare questo problema:

In occasione di una festa, Ilaria acquista 23 margherite, 15 rose e 6 vasetti di ciclamini per addobbare la casa. Sapendo che le margherite costano 50 centesimi l'una, le rose 2 euro l'una e i vasi di ciclamini 4,5 euro ciascuna, quanto spenderà in tutto?

Seconda parte

Questo è un esercizio dell'area della «Rappresentazione».

Si richiede all'alunno di **produrre una rappresentazione** a partire **dai dati forniti** (in basso nella scheda)

Esempio di proposte operative per gli insegnanti

Con questa icona si segnalano idee e proposte operative per l'insegnante, che le può personalizzare a seconda delle esigenze della classe

Consegnare ai bambini dei problemi e poi chiedere loro di **modificarli** introducendo dei **dati irrilevanti**, poi scambiandoseli, potrebbero riconoscere i dati superflui.

Proporre a tutta la classe di **inventare una situazione problematica** e alcuni dati; ad ogni bambino viene consegnato **un biglietto con segnalata la tipologia di dati che dovrà inserire (rilevanti, irrilevanti, incongruenti),** ognuno poi formula il problema.

Ciascun problema verrà letto e attraverso una discussione la classe dovrà decidere che tipologia di dati contiene.

LA RAPPRESENTAZIONE

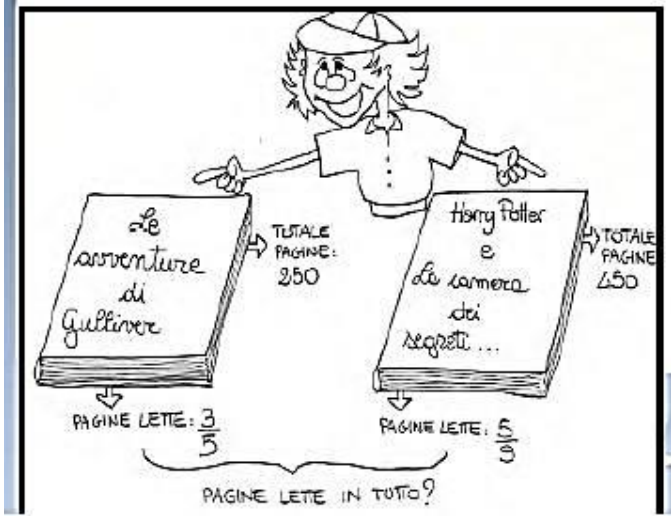
è stata la componente in cui i bambini hanno trovato maggiori difficoltà

Immagini del lavoro svolto in classe in fase di sperimentazione

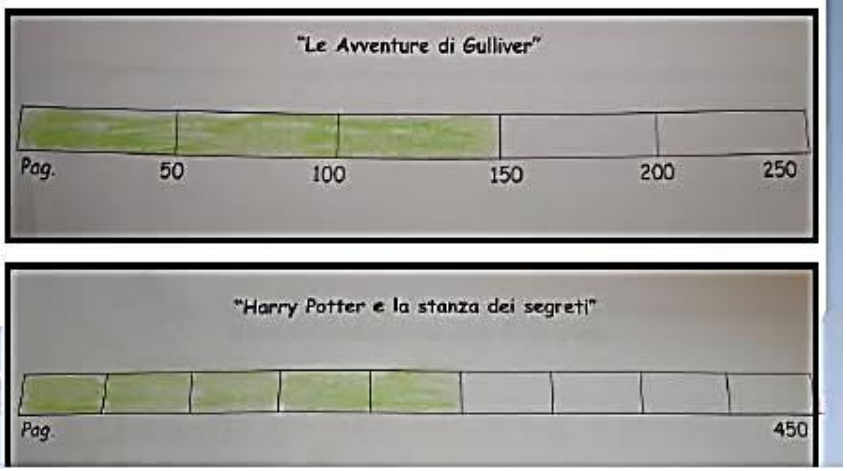
CLASSE QUINTA

E' stata particolarmente interessante la riflessione rispetto alla RAPPRESENTAZIONE: ai bambini veniva chiesto di riflettere sull'utilità di due tipi di rappresentazione e di portare delle motivazioni a sostegno dell'una e dell'altra.

Rappresentazione-vignetta



Rappresentazione-simbolica



Immagini del lavoro svolto in classe in fase di sperimentazione

CLASSE TERZA

ESEMPIO DI ATTIVITA' SVOLTA DAI BAMBINI A SCUOLA ...

SVOLGIMENTO:

si è utilizzato in particolare il primo passo dell'area di approfondimento dedicata a questa componente.

L'attività è stata proposta in tutte e tre le classi del gruppo sperimentale.

I bambini sono stati invitati a correggere dei problemi in cui si potevano trovare:

- ✓ **CALCOLI ERRATI** (analisi dell'errore: di incolonnamento, prestito, riporto, ...);
- ✓ **ERRATA SCELTA DEL SEGNO**;
- ✓ **DATI INCOMPLETI**;
- ✓ altre volte **ANCORA MANCAVANO DELLE OPERAZIONI**.

Immagini del lavoro svolto in classe in fase di sperimentazione

Risolvere problemi aritmetici

caratteristiche

Passolunghi, Bizzaro, Erickson, 2005, € 16 (Cd-rom € 32)

Potenziamento del problem solving matematico per il secondo ciclo della scuola Primaria

I **contenuti** sono realizzati tenendo conto dei Programmi ministeriali

Il programma è strettamente collegato al Test SPM (potenziamento delle 6 aree valutate con il test)…
novità gli esercizi per potenziare la memoria di lavoro

Obiettivi didattici

Area	Obiettivi
Comprensione A (decodifica del testo)	1. Funzione della domanda (posta alla fine, all'inizio, domanda che seleziona i dati) 2. Dati superflui 3. Dati rilevanti 4. Dati mancanti 5. Dati nascosti 6. Verifica conclusiva
Comprensione B (elaborazione del testo)	1. Riconoscimento delle parole rilevanti in un problema 2. Formulare il testo di un problema 3. Sintesi del testo di un problema in semplici frasi 4. Ricomposizione del testo-problema secondo logica

Obiettivi didattici

Area	Obiettivi
Rappresentazione	1. Dato il testo di un problema individuare la giusta immagine che lo rappresenta 2. Data un'immagine associarvi l'opportuno testo 3. Individuare i limiti e gli errori nelle rappresentazioni
Categorizzazione	1. Caratteristiche e peculiarità delle quattro operazioni 2. Attività di categorizzazione di problemi 3. Associare problemi simili per algoritmi da utilizzare 4. Inventare problemi con algoritmi simili

Obiettivi didattici

Area	Obiettivi
Pianificazione	1. Dato un testo, costruzione di un problema con due domande e due operazioni 2. Ascolto della lettura di un problema e risoluzione a tappe delle due domande (attività guidata) 3. Ascolto della lettura di un problema ed esplicitazione della domanda intermedia 4. Risoluzione di un problema con una domanda e due operazioni

Esercizi per la memoria di lavoro

Esercizio 1

Si **mostrano delle immagini** che l'alunno deve denominare, quindi si nascondono le immagini e l'alunno deve essere in grado di ricordare (anterogrado e retrogrado)
Si può aumentare gradatamente lo span da 2 fino a 5 o 6.

Esercizio 2

Si **mostrano delle parole** che l'alunno deve leggere, quindi si nasconde la lista di parole e l'alunno deve essere in grado di ricordare (anterogrado e retrogrado)
Si può aumentare gradatamente lo span da 2 fino a 5 o 6.

Esercizio 3

Si **mostra una lista di numeri** che l'alunno deve leggere, quindi si nasconde la lista di numeri e l'alunno deve essere in grado di ricordare (anterogrado e retrogrado)
Si può aumentare gradatamente lo span da 2 fino a 5 o 6.

Lista di immagini, parole e numeri nel volume citato, ma ovviamente possono anche essere realizzate dall'insegnante (se non altro per avere a disposizione più esercizi)

Esercizi per la memoria di lavoro

Esercizio 4

Si mostra all'alunno una **scheda con degli animali**; l'alunno la guarda e la memorizza. Si fornisce all'alunno una nuova scheda con un numero maggiore di animali, egli deve colorare (segnare con una crocetta) solo gli animali presenti nella scheda precedente.

Variante: con oggetti, con animali e oggetti, etc.

Esercizio 5

Leggere il **testo di un breve problema** (graduare la lunghezza, il numero di dati e di operazioni da svolgere).

Far **riscrivere a memoria il testo all'alunno con tutti i dati** e quindi vedere se riesce a risolverlo.

Esercizi per l'updating (aggiornamento della memoria)

Esercizio 1

Si mostra all'alunno una **scheda con degli animali**; l'alunno la guarda e la memorizza. Si richiede all'alunno di riscrivere solo i tre animali più piccoli presenti nella scheda.
Si può aumentare gradatamente lo span da 2 fino a 5 o 6.

Esercizio 2

Si mostra all'alunno una **scheda con degli oggetti**; l'alunno la guarda e la memorizza. Si richiede all'alunno di riscrivere solo i tre oggetti più piccoli/grandi presenti nella scheda.
Si può aumentare gradatamente lo span da 2 fino a 5 o 6.

Esercizio 3

Si mostra all'alunno una **scheda con delle parole**; l'alunno la guarda e la memorizza. Si richiede all'alunno di riscrivere solo le parole di tre oggetti/animali più piccoli/grandi presenti nella scheda.
Si può aumentare gradatamente lo span da 2 fino a 5 o 6.

Esercizi per l'updating (aggiornamento della memoria)

Esercizio 4

Gli esercizi 1, 2 e 3 si possono modificare a piacimento variando le categorie di scelta, il numero di oggetti, le modalità di richiamo della memoria (solo quelli pari/dispari); si può introdurre sempre maggiori difficoltà (anterogrado/retrogrado)

Esercizio 5

Leggere il testo di un breve problema (graduare la lunghezza, il numero di dati e di operazioni da svolgere).

A memoria scrivere sul quaderno:

- ❑ qual è la situazione iniziale
- ❑ qual è la prima domanda
- ❑ quali sono i dati necessari per risolvere la prima domanda
- ❑ risolvere la prima domanda

Scrivere sul quaderno qual è la seconda domanda

Scrivere sul quaderno quali sono i dati necessari per risolvere la seconda domanda

Risolvere la seconda domanda

Esercizi per l'updating (aggiornamento della memoria)

Esercizio 6

Risoluzione a mente di una semplice concatenazione di operazioni (si possono inventare a volontà, graduando le difficoltà)

Esempi presenti nel testo citato:

5	X 3	+2	-1	+	= 20

6	+ 6	-2	+10	+	= 30

10	+ 5	: 3	X 2	□ + 3 □ - 7 □ : 2	+ 7	= 20

8	- 4	X 3	: 2	□ + 4 □ - 4 □ x 2	: 2	= 5

Pronti per la matematica della scuola Secondaria

caratteristiche

attività molto concrete

Poli, Bertolli, Lucangeli, Erickson, 2012, € 18

È considerato un programma «ponte» per il passaggio alla scuola Secondaria

Si suddivide in due parti:

unità di apprendimento

unità di consolidamento

«[…] si è scelto di non proporre molti esercizi ripetitivi per non annoiare il bambino…»

Pronti per la matematica della scuola Secondaria

caratteristiche

[…] “si privilegia il **canale visivo iconico** rispetto a quello verbale e **quello operativo** rispetto al canale formale

I **contenuti** sono elaborati **a partire da situazioni concrete, colte dal vissuto quotidiano** e dal semplice al complesso, lasciando che il bambino ricavi da sé i concetti, riorganizzando l’esperienza vissuta”.

Obiettivi

PRIMA PARTE: ARITMETICA	
A1	Operazioni e proprietà commutativa e associativa
A2	Fatti numerici
A3	Fatti pitagorici (tabelline)
A4	Espressioni
A5	Valore posizionale delle cifre
A6	Multipli e divisori
A7	Le potenze
A8	Le frazioni
A9	I numeri e le frazioni decimali
A10	Problemi spesa, guadagno e ricavo

Obiettivi

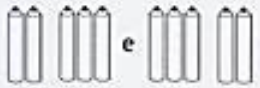
SECONDA PARTE: GEOMETRIA	
G1	Le misure
G2	Forme: i poligoni
G3	Forme curvilinee
G4	Il perimetro dei poligoni
G5	L'area dei poligoni
G6	Figure equivalenti
G7	Figure equiscomponibili

TERZA PARTE: STATISTICA E RAPPRESENTAZIONE GRAFICA	
S1	Statistica descrittiva e rappresentazione grafica
S2	Statistica predittiva

APPRENDIMENTO
A1
Operazioni e proprietà commutativa e associativa

ADDIZIONE E MOLTIPLICAZIONE

Prova con l'addizione.

2 + 3 = ____ e 3 + 2 = ____  e

12 + 4 = ____ e _____ e

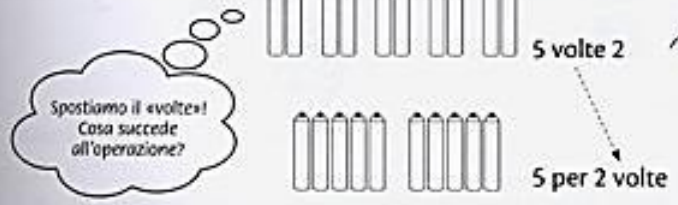
17 + 6 = ____ e _____ e

Con quali altre operazioni funziona? Prova con la moltiplicazione.

4 x 5 = ____ _____

12 x 4 = ____ _____

15 x 3 = ____ _____



Prova a spostare il « volte »!

3 per 4 volte → 3 volte 4

5 per 3 volte → 5 _____

6 volte 2 → 6 _____

Caratteristica del programma:

Privilegiare, soprattutto nelle schede di «apprendimento», gli **aspetti visivi, iconici, operativi.**

Nella scheda a fianco:
Proprietà commutativa e associativa

APPRENDIMENTO
A4
Espressioni

A che cosa servono le espressioni?

«Laura, Giada e Martina vanno al mare: pagano l'ingresso alla spiaggia 5 euro ciascuna, 4 gelati a 4 euro l'uno, 2 bibite a 1 euro l'una e 1 succo di frutta tropicale a 5 euro. La cassiera fa lo sconto di 10 euro.»

Adesso inventa un'espressione e poi risolvila, a partire dalla storia.

Racconta la storia con un'espressione!

5 x 3 + 4 x 4 + 2 x 1 + 1 x 5 – 10 =

= 15 + 16 + 2 + 5 – 10 =

= ___ Quanto spendono le ragazze in tutto?

«Roberta vuole preparare la pizza e al supermercato compra 3 lattine di pelati a 2 euro l'una, 5 mozzarelle a 3 euro l'una e due kg di farina a 1 euro l'uno; compra anche un pacchetto di lievito a 2 euro.»

Quanto spende in tutto Roberta?

Caratteristica del programma:

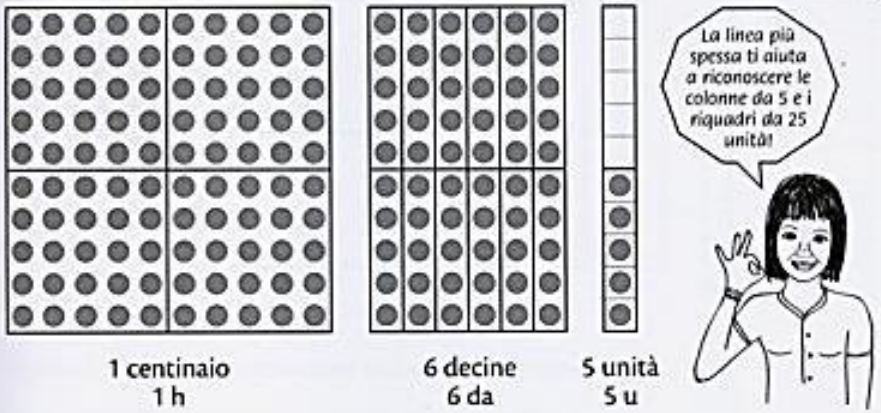
Privilegiare, soprattutto nelle schede di «apprendimento», i **contenuti a partire da situazioni concrete, della vita quotidiana.**

Nella scheda a fianco:

A cosa servono le espressioni? Come si applicano nella vita quotidiana?

APPRENDIMENTO
A5
Valore posizionale delle cifre

Questa è la rappresentazione del numero 165.
100 + 60 + 5



1 centinaio
1 h

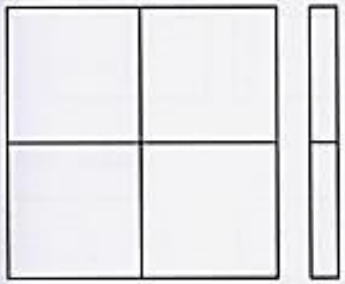
6 decine
6 da

5 unità
5 u

Per fare più in fretta, puoi rappresentare il centinaio con un quadrato, la decina con una colonna e l'unità con un quadretto senza disegnare i pallini.

Adesso, prova a rappresentare i seguenti numeri: vai alla pagina successiva.

111 25 17 84 129 205 250 500



1 h

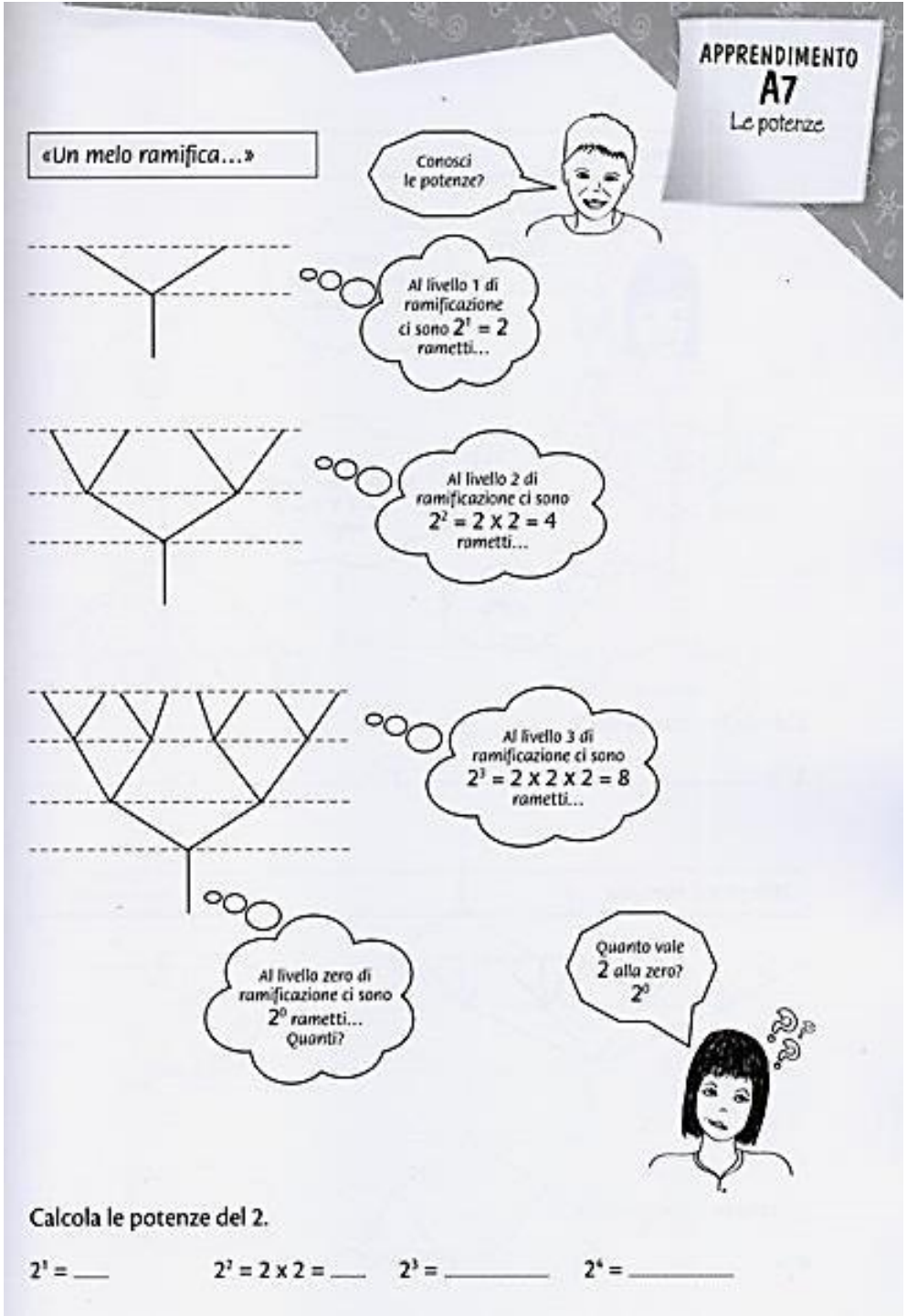
1 da

1 u

111

Nella scheda a fianco:

Rappresentazione visiva di centinaia, decine, unità



Nella scheda a fianco:

Un sistema per visualizzare in modo concreto il concetto di «potenza»

APPRENDIMENTO
A8
Le frazioni

La frazione divide in parti uguali...

Colora $\frac{1}{2}$ della prima figura,

$\frac{1}{4}$ della seconda e $\frac{1}{8}$ della terza.

Quale frazione indica la quantità maggiore? ____

Quando siamo in tanti a dividerci una torta, le fette sono grandi o piccole? ____

E quando siamo in pochi? ____

Perché? _____

_____

«Ci sono tre piatti. Nel primo abbiamo $\frac{3}{4}$ di crostata, nel secondo $\frac{3}{8}$ di crostata e nel terzo $\frac{3}{16}$ di crostata.»

In quale piatto ce n'è di più? ____

Puoi aiutarti colorando il disegno!

Quali sono le fette più grandi?

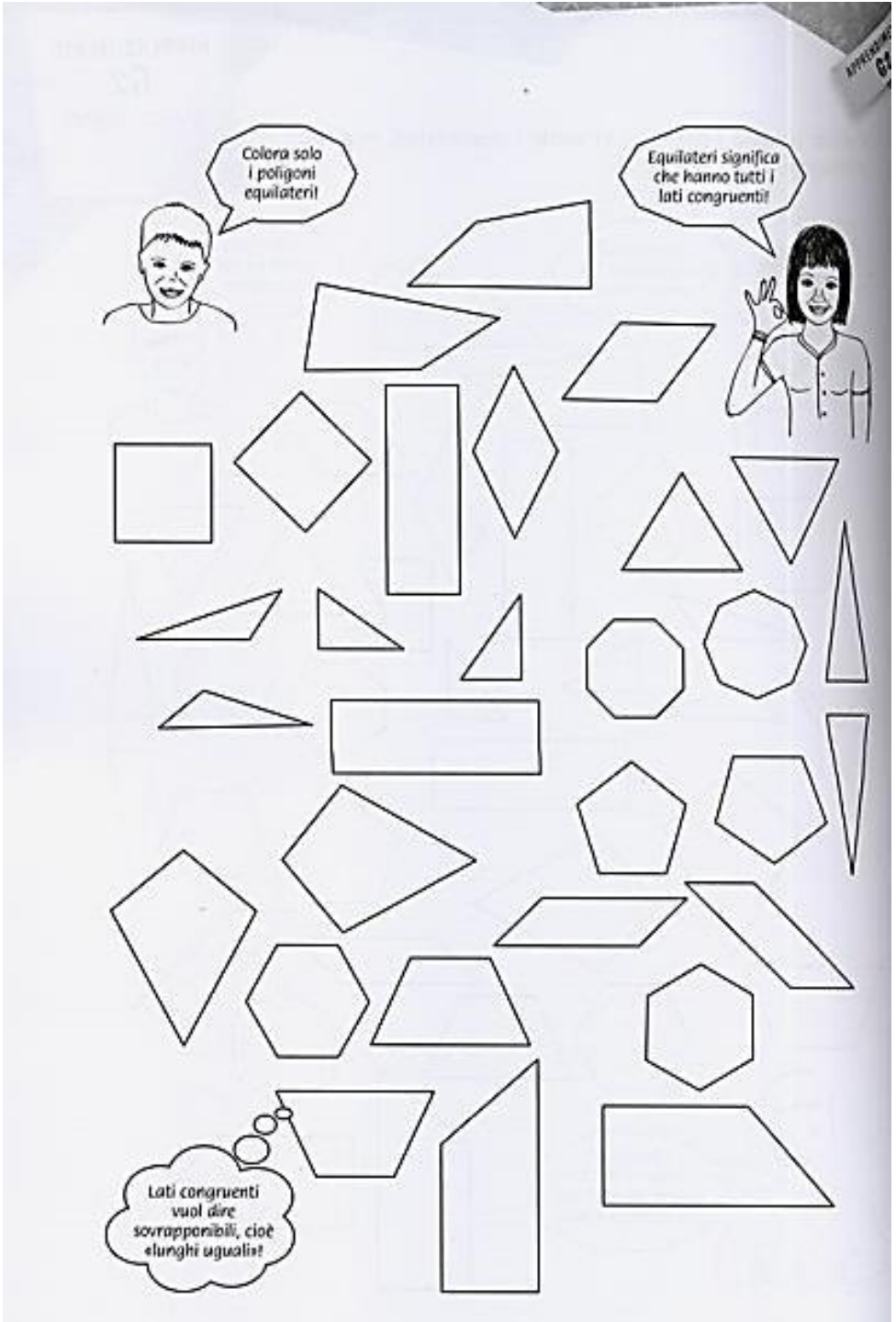
Piatto A

Piatto B

Piatto C

Nella scheda a fianco:

Un sistema per visualizzare in modo concreto il concetto di «frazioni»



Nella scheda a fianco:

Un sistema per visualizzare in modo concreto il concetto di «poligoni equilateri» e «angoli congruenti»

APPRENDIMENTO
S1
Statistica descrittiva e rappresentazione grafica

MEDIA

«Marco ha 8 euro, Andrea ne ha 12, Tommaso 4, Anna 10 e Paola 6.»

8 + 12 + 4 + 10 + 6 = _____

Quanto fa?

Come possiamo scoprirlo?

Proviamo a dividere la somma per il numero dei bambini.

_____ : 5 = _____

Controlla se «il conto torna»!

_____ x 5 = _____

Adesso, prova tu.

«Anna pesa 21 kg, Paola 25 kg, Giorgio 24 kg e Adriana 30 kg.»

Calcola il peso medio.

_____ =

_____ : _____ = _____

Nella scheda a fianco:

Un sistema per visualizzare in modo concreto il concetto di «media statistica»

Osserva la tabella dei voti della classe della maestra Lidia.

Nome dei bambini	Voto
Anna	10
Omar	9
Manuel	9
Jaming	8
Gianni	8
Paola	8
Roberto	8
Sara	8
Ivo	8
Giada	7
Martina	7
Luca	6

Calcola come sai già:

_____

_____

_____

_____

_____

FREQUENZA

Osserva la tabella precedente.

Numero di bambini	Voto
	10
	9
	8
	7
	6

Qual è il voto più frequente? _____

E quanti bambini lo hanno preso? _____

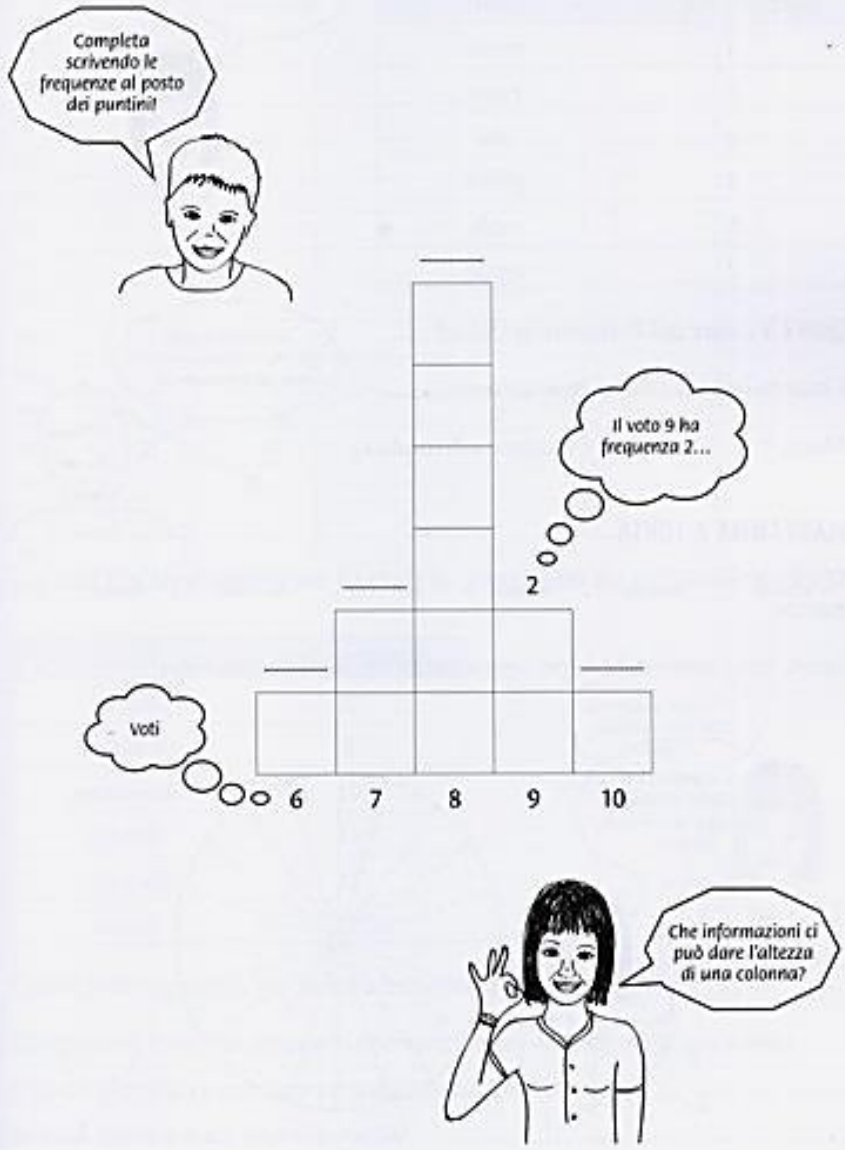
Nella scheda a fianco:

Un sistema per visualizzare in modo concreto il concetto di «moda statistica»

APPRENDIMENTO S1

ISTOGRAMMA

Rappresentiamo con un istogramma i voti e le loro frequenze.



Nella scheda a fianco:

Traduzione del lavoro precedente in istogrammi

Prepararsi ai problemi aritmetici della scuola Secondaria

caratteristiche

Passolunghi, Bizzaro, Erickson, 2011, € 17 (Cd-rom € 29)

Training per un **passaggio efficace dalla scuola primaria alla secondaria** di primo grado

Utilizzato in diverse scuole il riscontro è stato molto positivo da parte degli insegnanti che segnalano all'autrice i risultati positivi

Utilizzato da alunni con diagnosi di DSA; da comunicazioni personali mi sono stati riferiti ottimi risultati e piena soddisfazione (genitori)

I problemi nel passaggio dalla Primaria alla Secondaria

continuità

I **maggiori problemi** che si riscontrano nel passaggio da un grado scolastico all'altro **si possono così sintetizzare**:

La **struttura linguistica** dei problemi è molto più complessa e la decodifica complica il processo risolutivo

I **dati** spesso NON vengono presentati secondo il loro ordine di utilizzo e in molti casi sono «nascosti» (impliciti, da inferire)

Le **operazioni coinvolte** sono prevalentemente la sottrazione e la divisione che presentano un livello di astrazione superiore agli algoritmi utilizzati nelle scuole Primarie (addizione e moltiplicazione prevalenti)

Struttura del programma di intervento

programma di intervento

Il programma di intervento sottende l'ormai acquisita **struttura delle prove SPM** con i 6 ambiti relativi (comprensione- categorizzazione- rappresentazione- pianificazione- risoluzione- autovalutazione e monitoraggio)

Il programma si suddivide in **tre parti**

Nella **prima parte** è previsto uno specifico lavoro di supporto al revisione delle quattro operazioni con particolare attenzione alla **Comprensione semantica** dei problemi e alla loro **Categorizzazione** (quali altro tipo di problema assomiglia a questo?)

Struttura del programma di intervento

programma di intervento

La seconda parte è una guida per l'insegnante

La terza parte è costituita dalle medesime schede operative della seconda ma ovviamente lasciate in bianco per il lavoro dello studente

La terza parte contiene problemi affrontati nel classico «flusso di risoluzione» con particolare attenzione alle categorie della Comprensione e della Categorizzazione (alcune volte anche rappresentazione-pianificazione)

Struttura del programma di intervento

programma di intervento

I **problemi** della terza parte sono organizzati su 5 livelli di difficoltà (totale 23 esercizi)

Nella terza parte vi sono delle **verifiche** poste sia all'inizio che alla fine di ogni gruppo di esercizi

Nella parte finale del testo sono **presenti due verifiche (verifica A e B)** da utilizzare come test di ingresso e test in uscita all'intero programma (i **dati normativi** sono stati dedotti da 65 alunni di classe 5^ della scuola Primaria)

Obiettivi del programma

Prima parte: Categorizzazione	
1	Ripassare le quattro operazioni
2	Riflettere sul significato delle quattro operazioni
3	Classificare i problemi in relazione allo schema risolutivo e all'utilizzo delle quattro operazioni

Prima parte: Comprensione	
1	Riconoscere il ruolo della domanda
2	Riformulare il problema a partire dalla domanda
3	Individuare le parti salienti del testo in relazione alla domanda
4	Modificare il problema, manipolare e operare sulla situazione problema

I livelli di difficoltà

Terza parte: grado di complessità e astrazione degli esercizi	
Livello 1	Un operatore (sottrazione)
Livello 2	Due operatori (sottrazione e divisione)
Livello 3	Due operatori con introduzione dei concetti di doppio e triplo
Livello 4	Tre operatori con i concetti di doppio, triplo, etc.
Livello 5	Molteplici operatori con addizione, sottrazione, divisione, moltiplicazione

La ricerca sperimentale

come operare	Il **test A** si somministra in ingresso, Il **test B** in uscita
	Sono stati equiparati per livello di difficoltà e misurati statisticamente
	Entrambi i test sono costituiti da 9 problemi da risolvere (4 con una operazione, 3 con due operazioni, 2 con tre operazioni)

La ricerca sperimentale

come operare

Il **punteggio** si attribuisce in ordine al numero di operazioni risolte correttamente, quindi il range del punteggio va **da 0 a 16**

Ricordarsi che i dati normativi si riferiscono a bambini di classe 5^ Primaria

Media di risposte corrette = 9

Dev. standard = 3,21

Fasce di prestazione: insufficiente (0-4), sufficiente (6-10), buona (uguale o superiore a 11)

La ricerca sperimentale

Tabella di valutazione			
Percentili	**Punteggio**	**Prova A**	**Prova B**
90	13		
80	11		
70	10		
60	10		
50	9		
40	8		
30	6		
20	6		
10	4		

Questa tabella di valutazione consente di misurare la prestazione in centili.
Da utilizzare sia come dato di riferimento generale sia da fotocopiare
(una per alunno) per riportare i dati del soggetto pre-post test

La ricerca sperimentale

La ricerca è stata condotta su un numero relativamente esiguo di alunni (22).

I risultati comunque sono stati sicuramente incoraggianti con un incremento dei punteggi al **test in uscita statisticamente significativo (p<0,001)**

A livello di punteggi grezzi si è passati da…
pre-test con media 5,9
post-test con media 7,5

ESERCIZIO 1

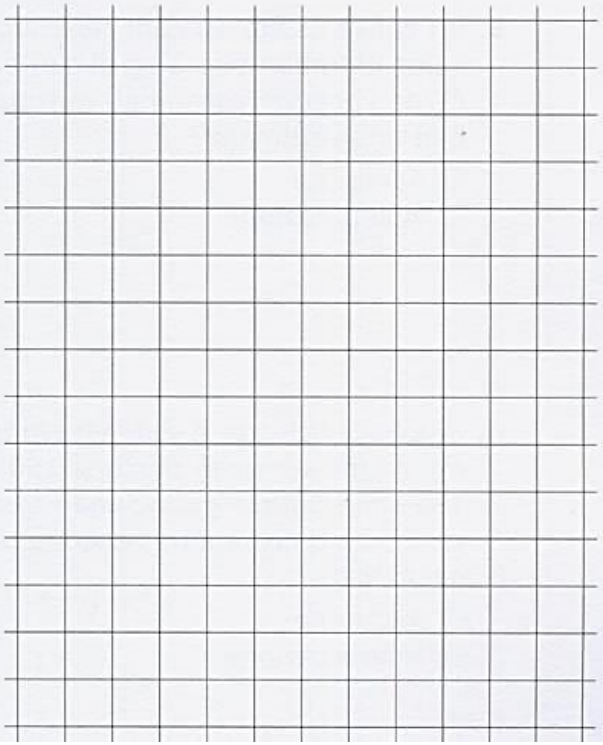
Scegli tra addizione o moltiplicazione e risolvi i problemi.

1. Un computer viene acquistato a rate: la prima è di 550 euro, la seconda di 350 euro, l'ultima di 300 euro. Quanto costa il computer?

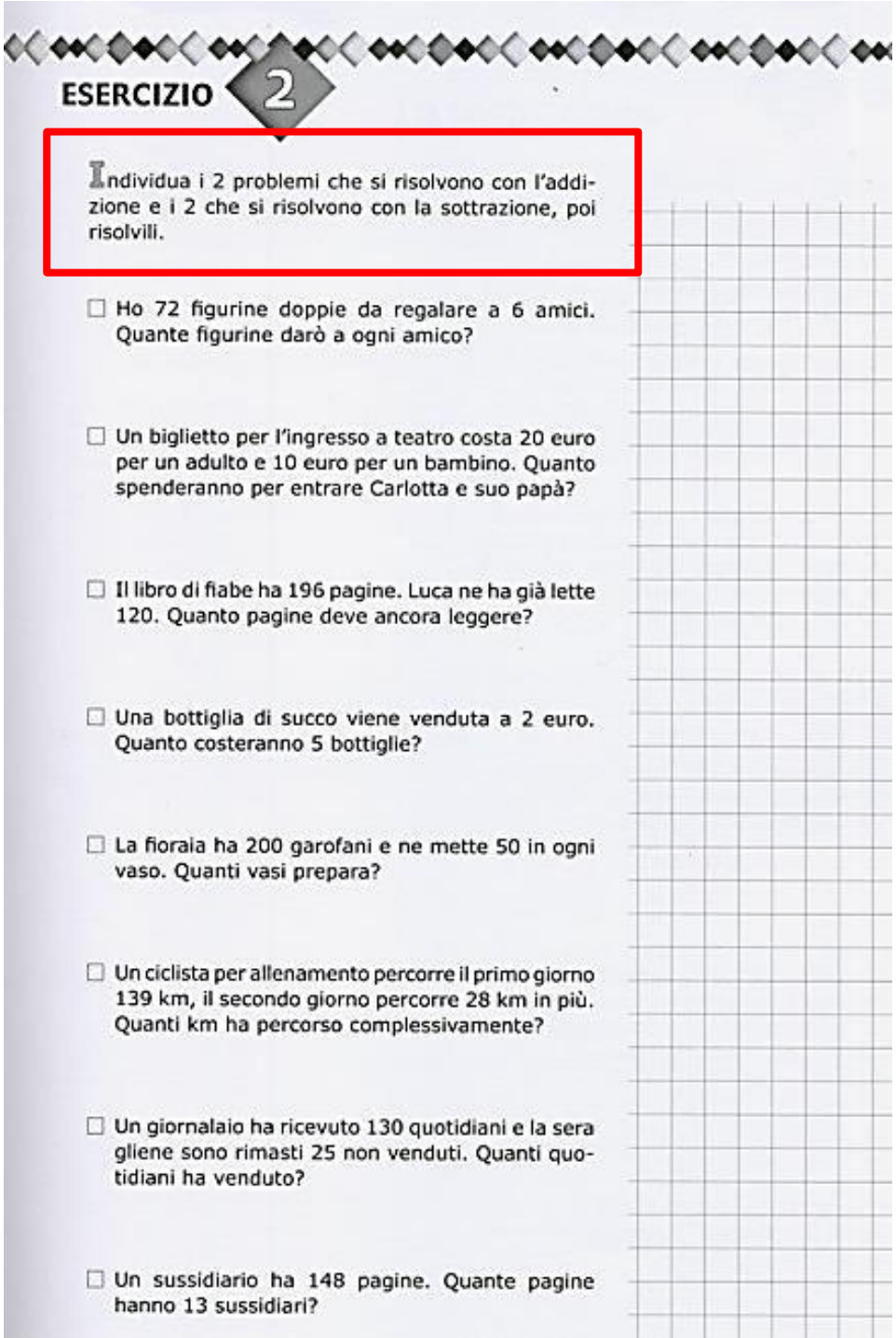
☐ Addizione
☐ Moltiplicazione

2. Paolo ha ricevuto in regalo 15, 18 e 13 figurine dai suoi compagni. Quante figurine ha ricevuto in tutto?

☐ Addizione
☐ Moltiplicazione



Prima parte: **esercizio di comprensione**… dal testo risalire al tipo di operazione da applicare (l'esercizio completo consta di 7 item)… si deve scegliere tra addizione e moltiplicazione



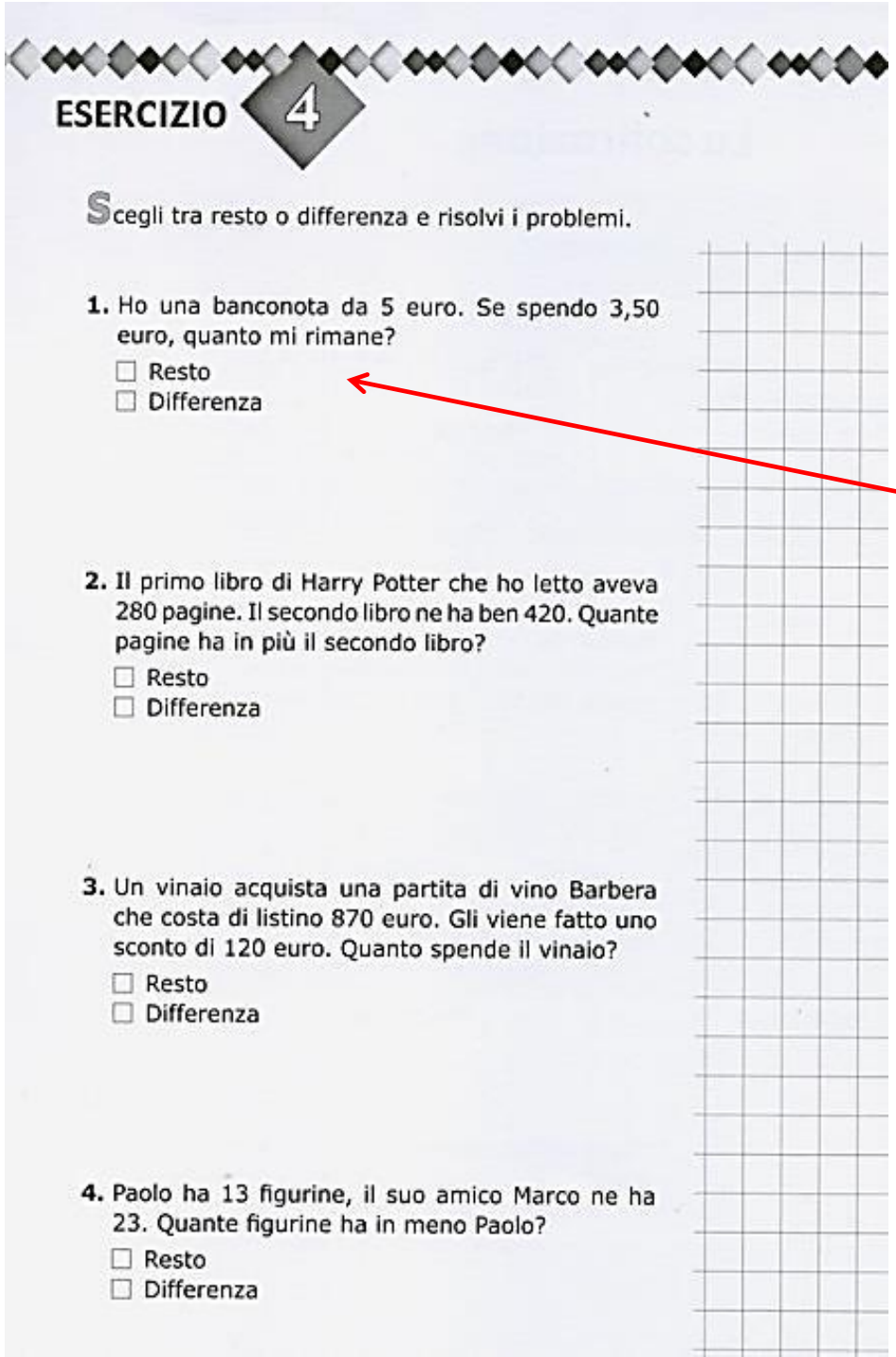
ESERCIZIO 2

Individua i 2 problemi che si risolvono con l'addizione e i 2 che si risolvono con la sottrazione, poi risolvili.

- ☐ Ho 72 figurine doppie da regalare a 6 amici. Quante figurine darò a ogni amico?
- ☐ Un biglietto per l'ingresso a teatro costa 20 euro per un adulto e 10 euro per un bambino. Quanto spenderanno per entrare Carlotta e suo papà?
- ☐ Il libro di fiabe ha 196 pagine. Luca ne ha già lette 120. Quanto pagine deve ancora leggere?
- ☐ Una bottiglia di succo viene venduta a 2 euro. Quanto costeranno 5 bottiglie?
- ☐ La fioraia ha 200 garofani e ne mette 50 in ogni vaso. Quanti vasi prepara?
- ☐ Un ciclista per allenamento percorre il primo giorno 139 km, il secondo giorno percorre 28 km in più. Quanti km ha percorso complessivamente?
- ☐ Un giornalaio ha ricevuto 130 quotidiani e la sera gliene sono rimasti 25 non venduti. Quanti quotidiani ha venduto?
- ☐ Un sussidiario ha 148 pagine. Quante pagine hanno 13 sussidiari?

Prima parte: **esercizio di comprensione**… dal testo risalire al tipo di operazione da applicare…

in questo caso vi sono **due problemi risolvibili con l'addizione e due con la sottrazione**; l'alunno deve leggere i testi e individuare i problemi che ricadono sotto tale categoria… da questo punto di vista si può dire che è anche un esercizio di «Categorizzazione»



ESERCIZIO 4

Scegli tra resto o differenza e risolvi i problemi.

1. Ho una banconota da 5 euro. Se spendo 3,50 euro, quanto mi rimane?

- ☐ Resto
- ☐ Differenza

2. Il primo libro di Harry Potter che ho letto aveva 280 pagine. Il secondo libro ne ha ben 420. Quante pagine ha in più il secondo libro?

- ☐ Resto
- ☐ Differenza

3. Un vinaio acquista una partita di vino Barbera che costa di listino 870 euro. Gli viene fatto uno sconto di 120 euro. Quanto spende il vinaio?

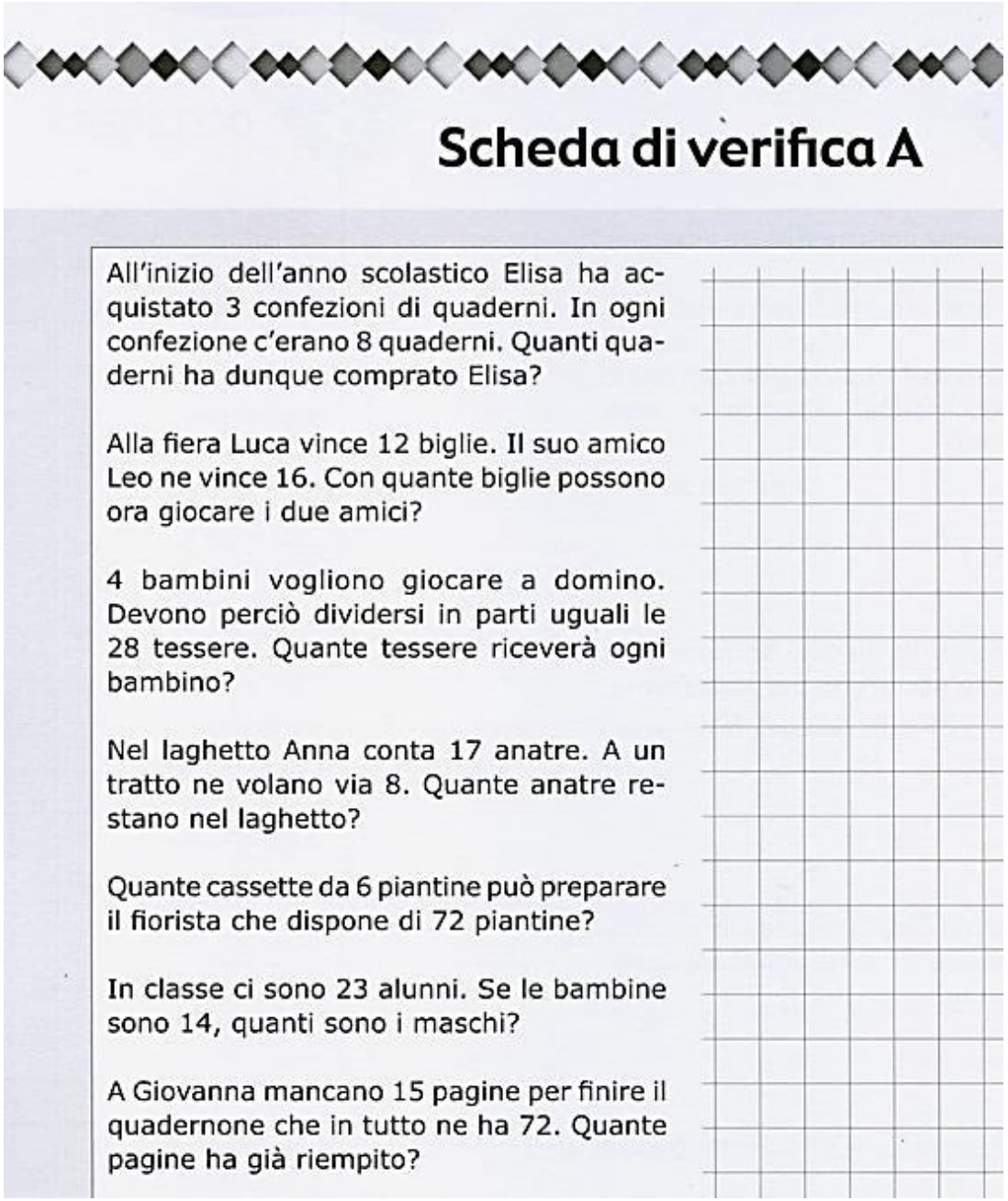
- ☐ Resto
- ☐ Differenza

4. Paolo ha 13 figurine, il suo amico Marco ne ha 23. Quante figurine ha in meno Paolo?

- ☐ Resto
- ☐ Differenza

Prima parte: **esercizio di comprensione**… dal testo risalire al tipo di operazione da applicare…

(l'esercizio completo consta di 7 item)… si **deve scegliere tra resto e differenza**… siamo sempre nell'ambito della «sottrazione» ma come risoluzione di tipologie diverse di problemi… **prima di questo esercizio vi è una scheda di approfondimento/spiegazione**



Scheda di verifica A

All'inizio dell'anno scolastico Elisa ha acquistato 3 confezioni di quaderni. In ogni confezione c'erano 8 quaderni. Quanti quaderni ha dunque comprato Elisa?

Alla fiera Luca vince 12 biglie. Il suo amico Leo ne vince 16. Con quante biglie possono ora giocare i due amici?

4 bambini vogliono giocare a domino. Devono perciò dividersi in parti uguali le 28 tessere. Quante tessere riceverà ogni bambino?

Nel laghetto Anna conta 17 anatre. A un tratto ne volano via 8. Quante anatre restano nel laghetto?

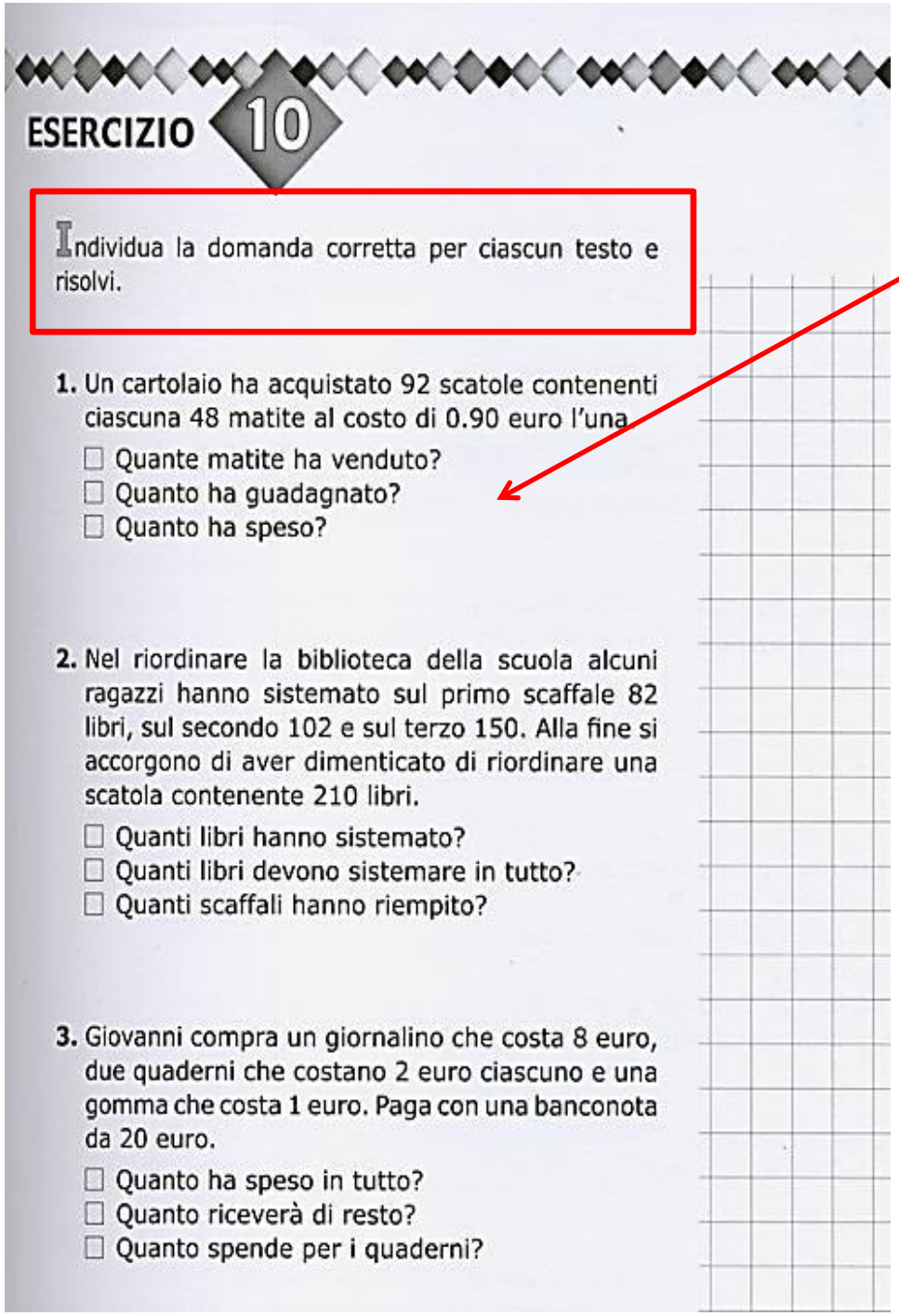
Quante cassette da 6 piantine può preparare il fiorista che dispone di 72 piantine?

In classe ci sono 23 alunni. Se le bambine sono 14, quanti sono i maschi?

A Giovanna mancano 15 pagine per finire il quadernone che in tutto ne ha 72. Quante pagine ha già riempito?

Prima parte:
alla fine dei primi 9 esercizi vi è la **scheda di verifica A;**

alla fine della prima parte (altri 4 esercizi) vi sono due ulteriori verifiche, denominate **verifica B e C**



ESERCIZIO 10

Individua la domanda corretta per ciascun testo e risolvi.

1. Un cartolaio ha acquistato 92 scatole contenenti ciascuna 48 matite al costo di 0.90 euro l'una.

- ☐ Quante matite ha venduto?
- ☐ Quanto ha guadagnato?
- ☐ Quanto ha speso?

2. Nel riordinare la biblioteca della scuola alcuni ragazzi hanno sistemato sul primo scaffale 82 libri, sul secondo 102 e sul terzo 150. Alla fine si accorgono di aver dimenticato di riordinare una scatola contenente 210 libri.

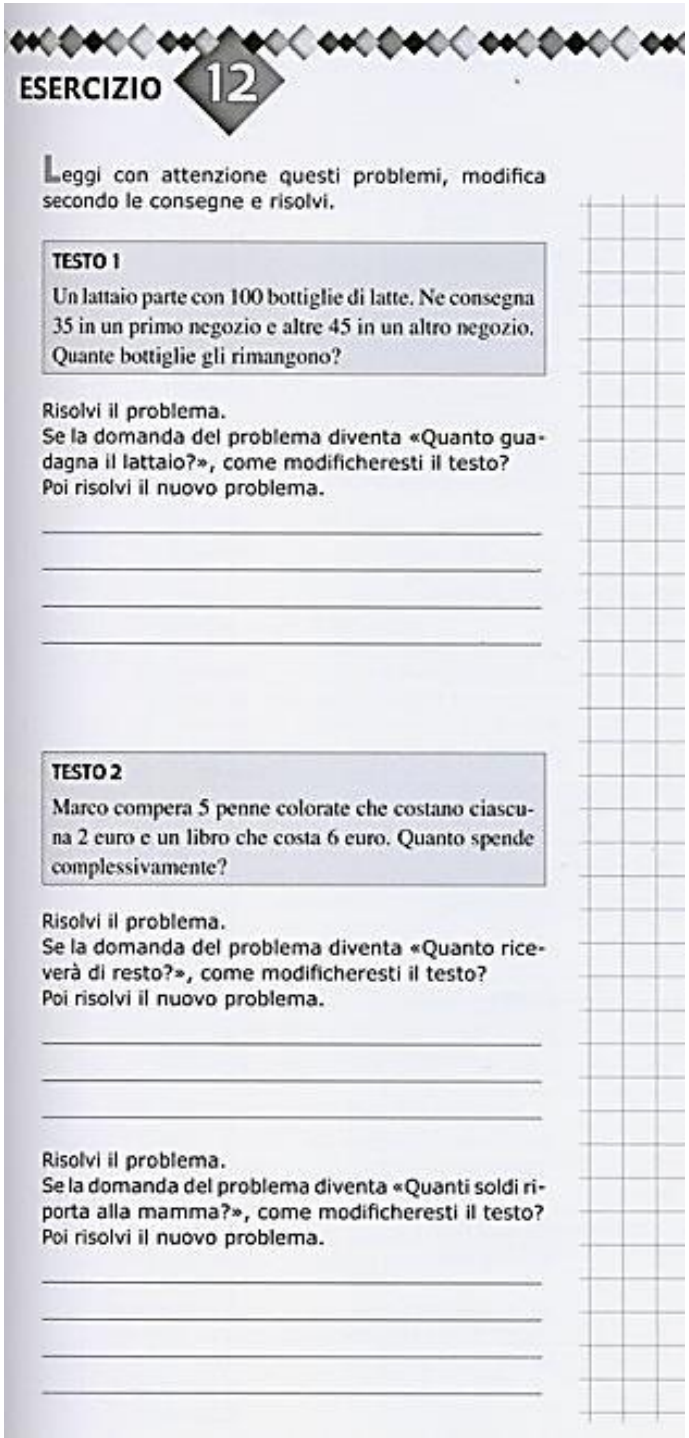
- ☐ Quanti libri hanno sistemato?
- ☐ Quanti libri devono sistemare in tutto?
- ☐ Quanti scaffali hanno riempito?

3. Giovanni compra un giornalino che costa 8 euro, due quaderni che costano 2 euro ciascuno e una gomma che costa 1 euro. Paga con una banconota da 20 euro.

- ☐ Quanto ha speso in tutto?
- ☐ Quanto riceverà di resto?
- ☐ Quanto spende per i quaderni?

Prima parte: **esercizio di comprensione**… dal testo risalire alla domanda coerente con il testo stesso… quindi risolvere a fianco il problema

(l'esercizio completo consta di 5 item)… si **deve scegliere tra tre possibili risposte**



ESERCIZIO 12

Leggi con attenzione questi problemi, modifica secondo le consegne e risolvi.

TESTO 1

Un lattaio parte con 100 bottiglie di latte. Ne consegna 35 in un primo negozio e altre 45 in un altro negozio. Quante bottiglie gli rimangono?

Risolvi il problema.
Se la domanda del problema diventa «Quanto guadagna il lattaio?», come modificheresti il testo?
Poi risolvi il nuovo problema.

TESTO 2

Marco compera 5 penne colorate che costano ciascuna 2 euro e un libro che costa 6 euro. Quanto spende complessivamente?

Risolvi il problema.
Se la domanda del problema diventa «Quanto riceverà di resto?», come modificheresti il testo?
Poi risolvi il nuovo problema.

Risolvi il problema.
Se la domanda del problema diventa «Quanti soldi riporta alla mamma?», come modificheresti il testo?
Poi risolvi il nuovo problema.

Prima parte: **esercizio di comprensione**… dato un testo e una domanda, modificare il testo per poterlo rendere «risolvibile»

(l'esercizio completo consta di 4 item)…

ESERCIZIO 13

Leggi il testo, evidenzia le informazioni rilevanti ed elimina quelle non importanti.

1. Oggi è una bella giornata di primavera e la mamma decide di uscire per fare compere; porta con sé 3 sacchetti della spesa e il portafoglio con una banconota da 100 euro. Percorre con la macchina 10 km e arriva in un negozio dove compra 3 barattoli di marmellata a 3 euro ciascuno e 2 pacchi di biscotti a 4 euro ciascuno. Dopo si reca a piedi all'ufficio postale, che dista 500 metri, per pagare la bolletta telefonica di 60 euro. Quando la mamma torna a casa quanti soldi le sono rimasti?

Ora scegli il testo che sintetizza meglio il problema:

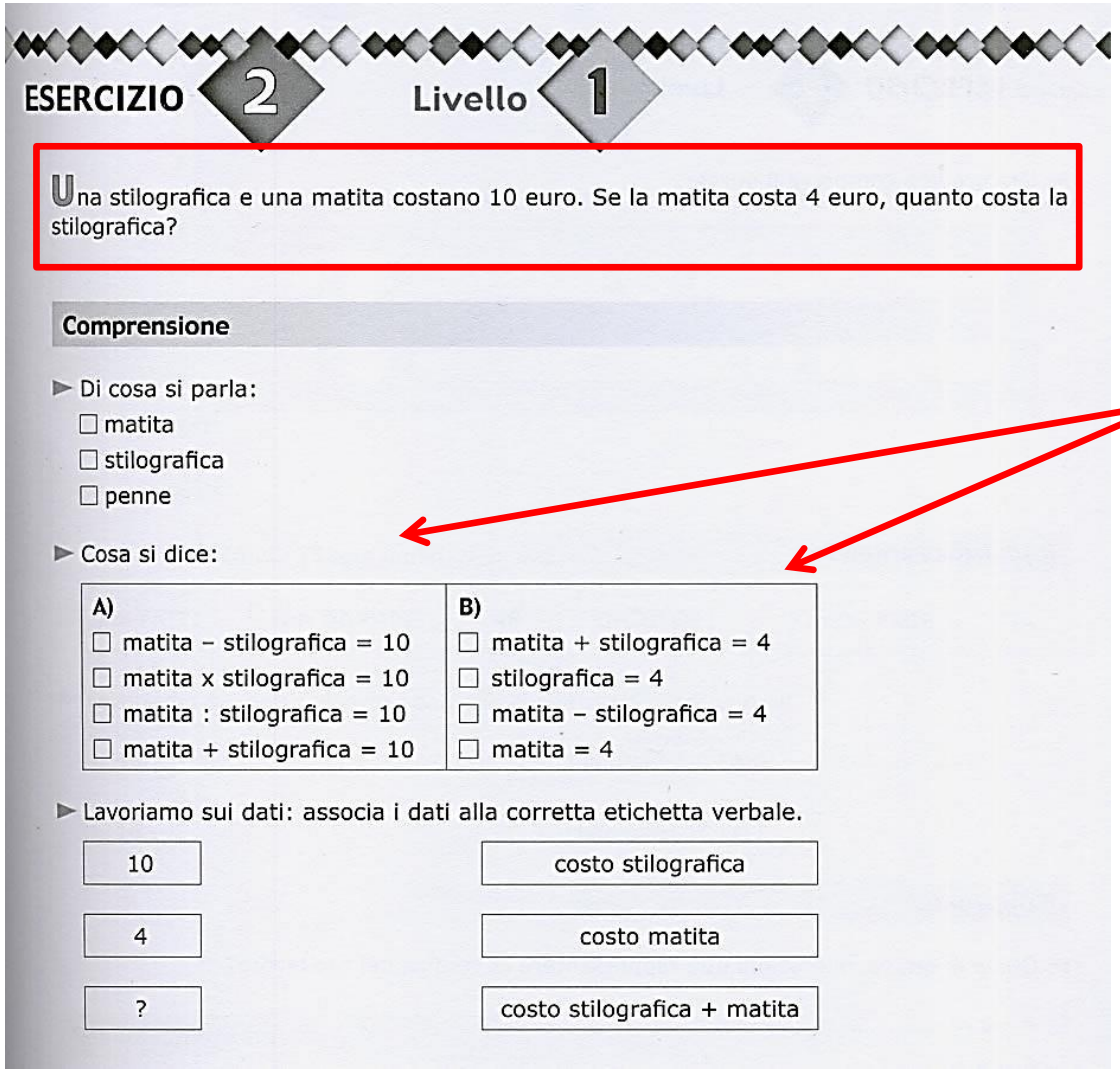
- ☐ La mamma percorre 10 km e poi compra 3 barattoli di marmellata a 3 euro ciascuno e 2 pacchi di biscotti a 4 euro ciascuno. Dopo per pagare la bolletta telefonica di 60 euro percorre 500 metri.
- ☐ La mamma compra 3 barattoli di marmellata a 3 euro ciascuno e 2 pacchi di biscotti a 4 euro ciascuno.
- ☐ La mamma ha 100 euro nel portafoglio e compra 3 barattoli di marmellata a 3 euro ciascuno e 2 pacchi di biscotti a 4 euro ciascuno. Dopo paga la bolletta telefonica di 60 euro.

Ora risolvi il problema.

Prima parte: **esercizio di comprensione**… districarsi tra dati rilevanti e dati irrilevanti

(l'esercizio completo consta di 3 item)…

Individuare anche la sintesi che meglio rappresenta la struttura profonda (semantica) del problema



ESERCIZIO 2 Livello 1

Una stilografica e una matita costano 10 euro. Se la matita costa 4 euro, quanto costa la stilografica?

Comprensione

► Di cosa si parla:
- ☐ matita
- ☐ stilografica
- ☐ penne

► Cosa si dice:

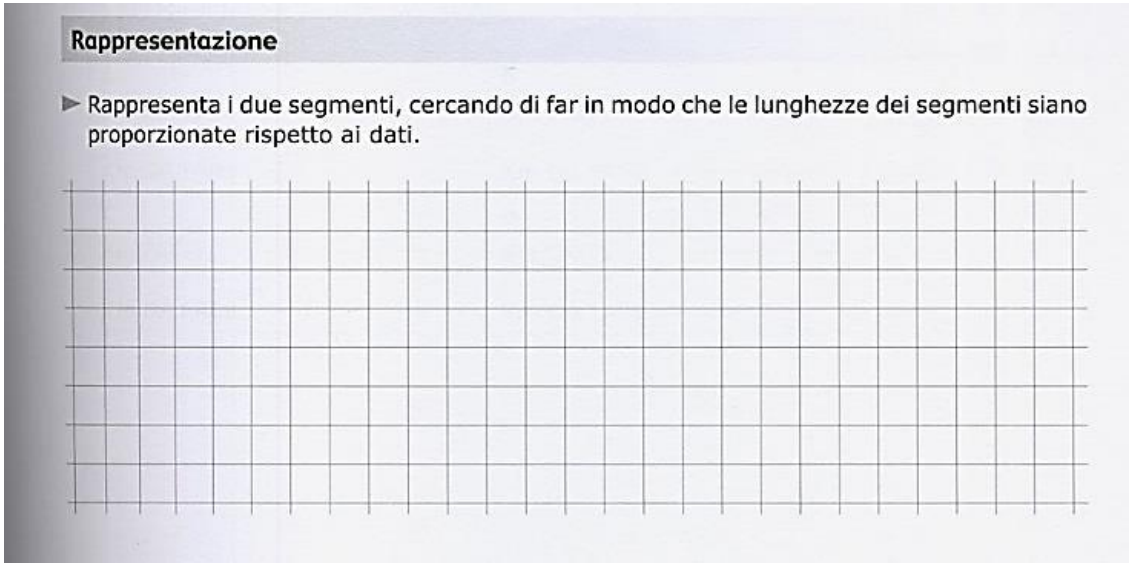
A)	B)
☐ matita – stilografica = 10	☐ matita + stilografica = 4
☐ matita x stilografica = 10	☐ stilografica = 4
☐ matita : stilografica = 10	☐ matita – stilografica = 4
☐ matita + stilografica = 10	☐ matita = 4

► Lavoriamo sui dati: associa i dati alla corretta etichetta verbale.

10	costo stilografica
4	costo matita
?	costo stilografica + matita

Seconda parte: **esercizio di comprensione**… siamo al **livello 1 di difficoltà,** quindi esercizi risolvibili con una sola operazione

Il ragazzo è guidato nell'individuazione dei dati rilevanti e nella pianificazione della risoluzione

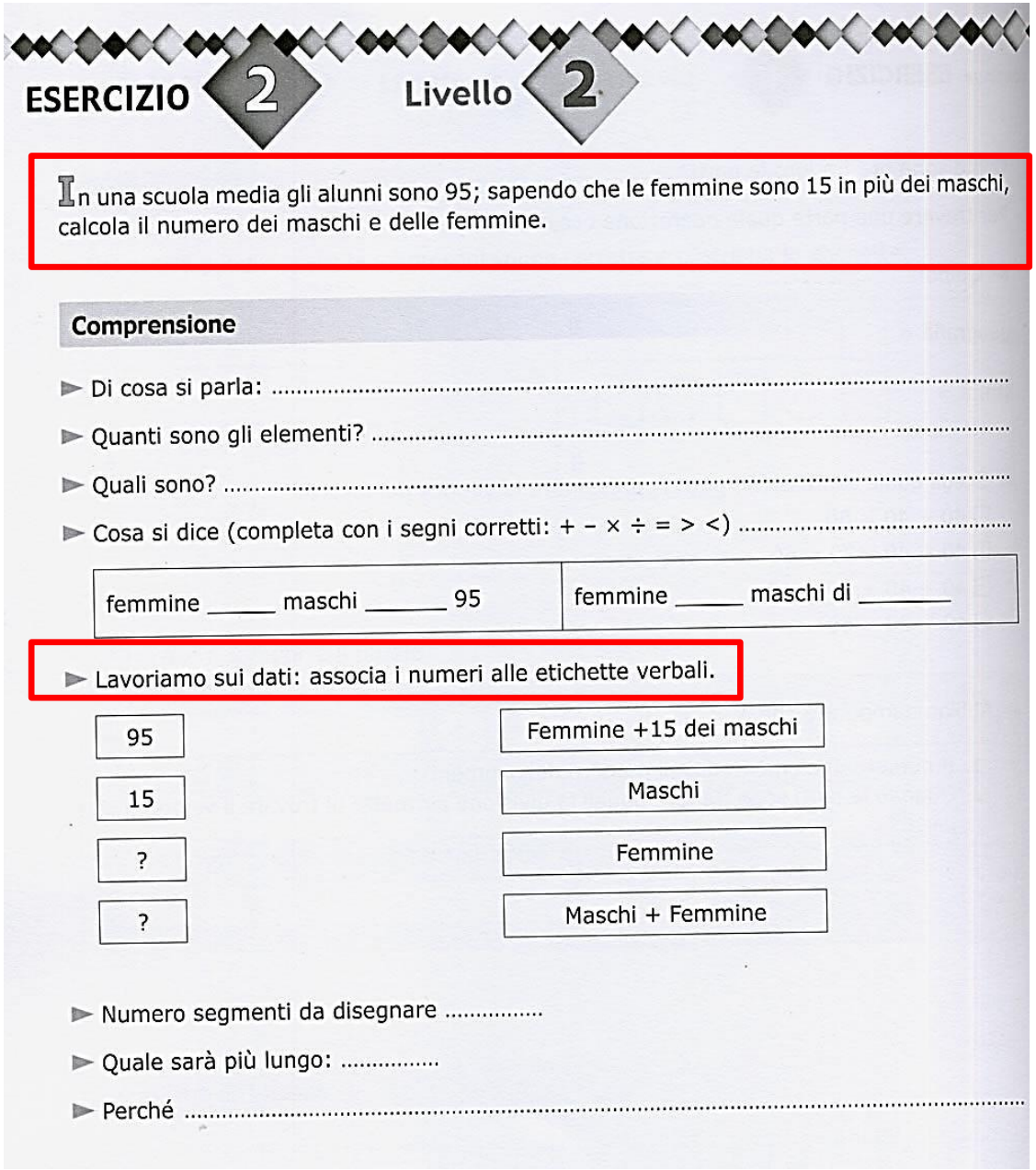


Rappresentazione

► Rappresenta i due segmenti, cercando di far in modo che le lunghezze dei segmenti siano proporzionate rispetto ai dati.

Seconda parte: **esercizio di rappresentazione**…
siamo al **livello 1 di difficoltà (problema della slide precedente);**

Il ragazzo deve riuscire a rappresentare graficamente i termini del problema



ESERCIZIO 2 Livello 2

In una scuola media gli alunni sono 95; sapendo che le femmine sono 15 in più dei maschi, calcola il numero dei maschi e delle femmine.

Comprensione

- Di cosa si parla: .....
- Quanti sono gli elementi? .....
- Quali sono? .....
- Cosa si dice (completa con i segni corretti: + − × ÷ = > <) .....

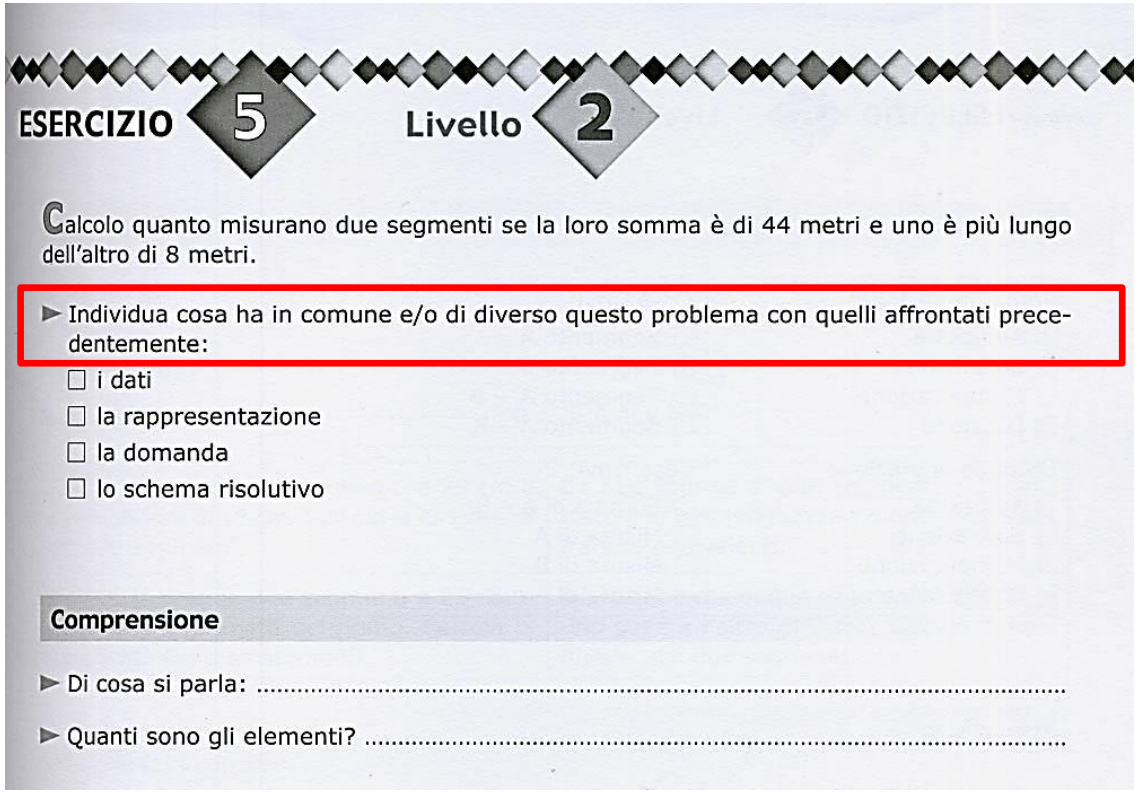
femmine _____ maschi _____ 95	femmine _____ maschi di _____

- Lavoriamo sui dati: associa i numeri alle etichette verbali.

95	Femmine +15 dei maschi
15	Maschi
?	Femmine
?	Maschi + Femmine

- Numero segmenti da disegnare .....
- Quale sarà più lungo: .....
- Perché .....

Seconda parte: **esercizio di comprensione**…
siamo al **livello 2 di difficoltà,** quindi esercizi risolvibili con due operazioni



ESERCIZIO 5 Livello 2

Calcolo quanto misurano due segmenti se la loro somma è di 44 metri e uno è più lungo dell'altro di 8 metri.

► Individua cosa ha in comune e/o di diverso questo problema con quelli affrontati precedentemente:

- ☐ i dati
- ☐ la rappresentazione
- ☐ la domanda
- ☐ lo schema risolutivo

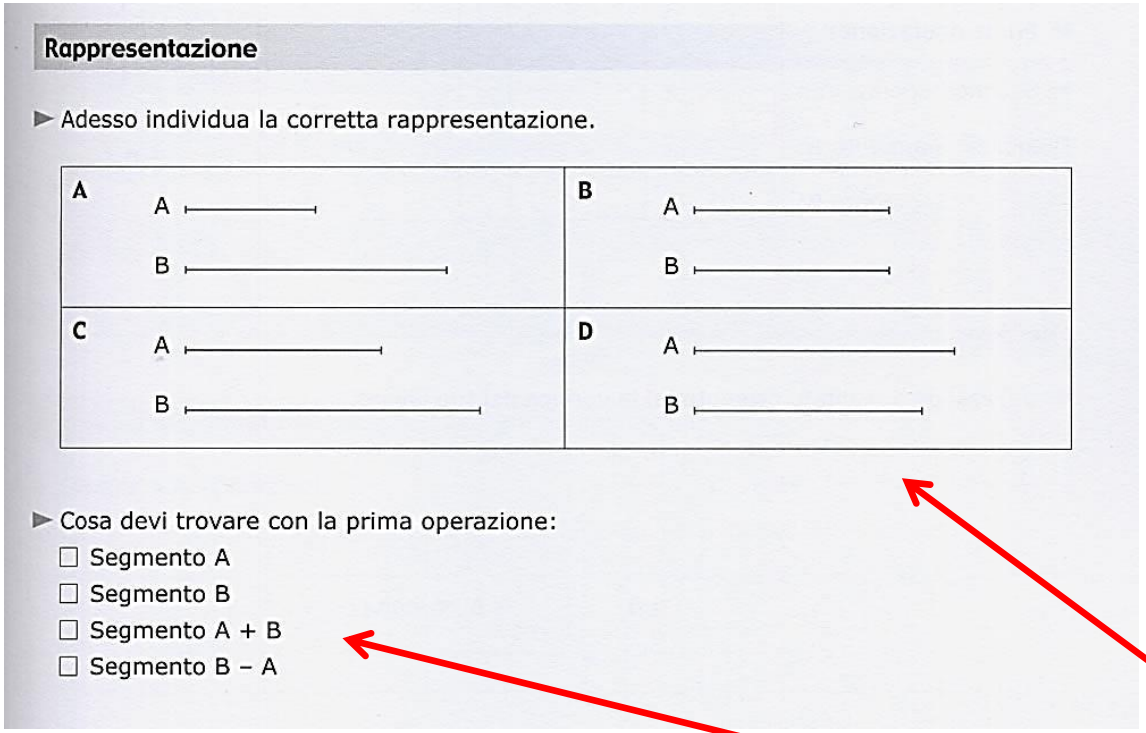
Comprensione

► Di cosa si parla: .....

► Quanti sono gli elementi? .....

Seconda parte: **esercizio di categorizzazione**…
siamo al **livello 2 di difficoltà,** quindi esercizi risolvibili con due operazioni

L'alunno è invitato ad trovare le similitudini tra questo e altri problemi già affrontati



Rappresentazione

► Adesso individua la corretta rappresentazione.

A A —— B ——	**B** A —— B ——
C A —— B ——	**D** A —— B ——

► Cosa devi trovare con la prima operazione:

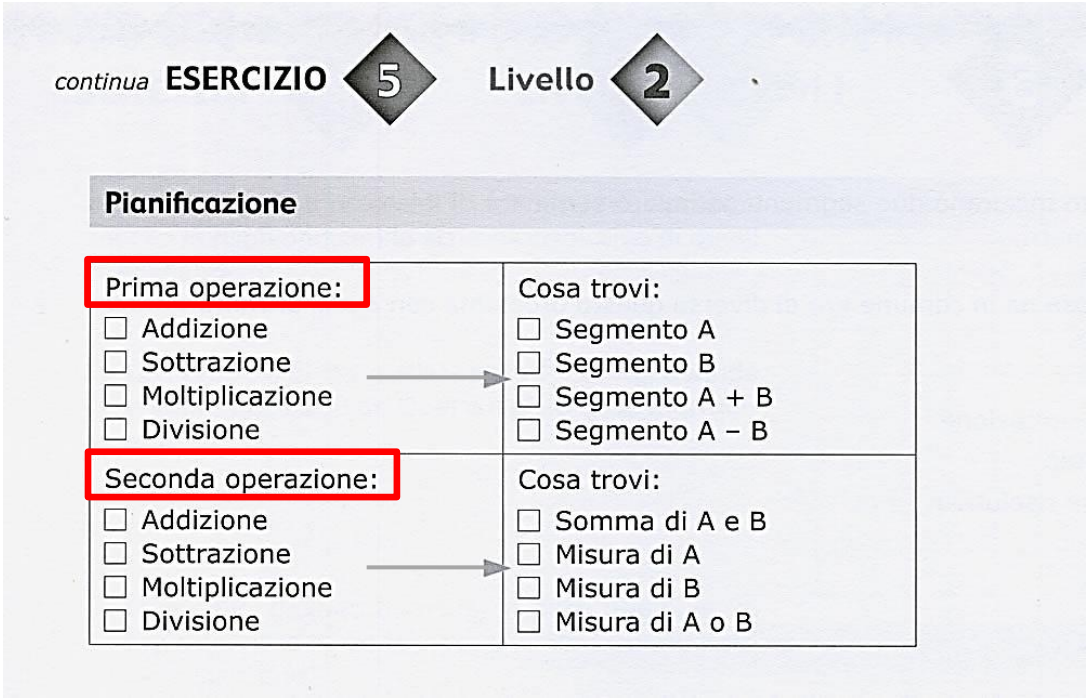
- ☐ Segmento A
- ☐ Segmento B
- ☐ Segmento A + B
- ☐ Segmento B – A

Seconda parte: **esercizio di rappresentazione**…
siamo al **livello 2 di difficoltà,** quindi esercizi risolvibili con due operazioni

In questo caso **l'alunno è aiutato** dal fatto che **NON deve produrre autonomamente una rappresentazione**

ma riconoscere, tra 4 proposte, quella corretta…

Vi è anche un avvio alla pianificazione della risoluzione



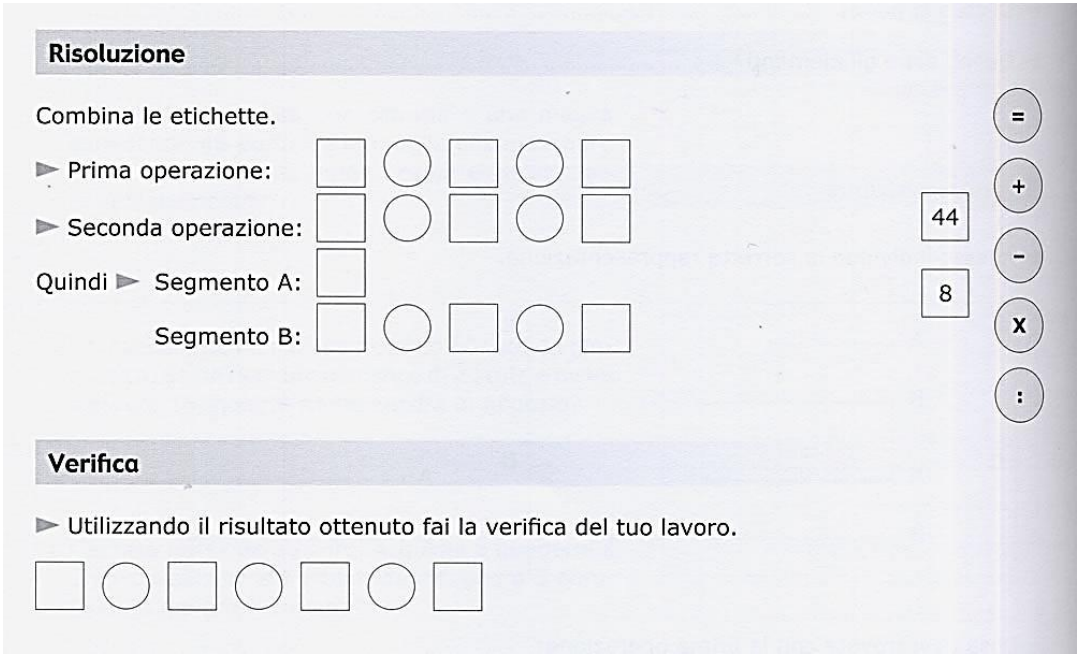
continua **ESERCIZIO** 5 **Livello** 2

Pianificazione

Prima operazione:	Cosa trovi:
☐ Addizione ☐ Sottrazione ☐ Moltiplicazione ☐ Divisione	☐ Segmento A ☐ Segmento B ☐ Segmento A + B ☐ Segmento A – B
Seconda operazione:	**Cosa trovi:**
☐ Addizione ☐ Sottrazione ☐ Moltiplicazione ☐ Divisione	☐ Somma di A e B ☐ Misura di A ☐ Misura di B ☐ Misura di A o B

Seconda parte: **esercizio di pianificazione**…
siamo al **livello 2 di difficoltà,** quindi esercizi risolvibili con due operazioni

In questo caso **l'alunno è aiutato** dal fatto che **NON deve produrre autonomamente una pianificazione** ma riconoscere, tra 2 proposte, quella corretta…



Risoluzione

Combina le etichette.

► Prima operazione: □ ○ □ ○ □

► Seconda operazione: □ ○ □ ○ □

Quindi ► Segmento A: □

Segmento B: □ ○ □ ○ □

44

8

= + - x :

Verifica

► Utilizzando il risultato ottenuto fai la verifica del tuo lavoro.

□ ○ □ ○ □ ○ □

Seconda parte: **esercizio di risoluzione**…
siamo al **livello 2 di difficoltà,** quindi esercizi risolvibili con due operazioni

In questo caso **l'alunno è aiutato** dal fatto che le operazioni sono impostate con delle sagome…

Il cerchio rappresenta il «segno dell'operazione»… nei quadrati si inseriscono i numeri